

Výpočty obsahu a objemu Podobnost trojúhelníku 9. ročník

jméno:

třída:

Řešení: sedovamatika.cz

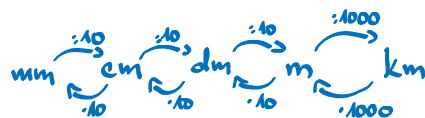
„Některé z příkladů použité v tomto PDF jsou převzaty z materiálů Cermatu (www.cermat.cz), které slouží jako příklady pro přijímací zkoušky a testy.“

aktualizováno: 8. 2. 2026

Převody jednotek - délka

Doporučení projít si znovu stranu 12 – násobení a dělení 10, 100, 1000.

násobení → dělení ←



Převod na milimetry

$$10 \text{ cm} = 100 \text{ mm}$$

$\times 10$

$$12 \text{ cm} = 120 \text{ mm}$$

$$32 \text{ cm} = 320 \text{ mm}$$

$$0,1 \text{ dm} = 10 \text{ mm}$$

$\times 10$

$$0,09 \text{ m} = 90 \text{ mm}$$

$\times 100$

$$0,14 \text{ dm} = 14 \text{ mm}$$

$\times 10$

$$78 \text{ dm} = 7800 \text{ mm}$$

$$2,5 \text{ m} = 2500 \text{ mm}$$

$\times 1000$

$$129 \text{ cm} = 1290 \text{ mm}$$

$$560 \text{ cm} = 5600 \text{ mm}$$

$$0,05 \text{ cm} = 0,5 \text{ mm}$$

$$0,007 \text{ dm} = 0,7 \text{ mm}$$

$$0,02 \text{ cm} = 0,2 \text{ mm}$$

$$0,005 \text{ m} = 5 \text{ mm}$$

$$0,09 \text{ dm} = 9 \text{ mm}$$

$$1,24 \text{ m} = 1240 \text{ mm}$$

Převod na centimetry

$$10 \text{ mm} = 1 \text{ cm}$$

$\div 10$

$$15 \text{ mm} = 1,5 \text{ cm}$$

$\div 10$

$$32 \text{ dm} = 320 \text{ cm}$$

$$0,01 \text{ dm} = 0,1 \text{ cm}$$

$\times 10$

$$0,8 \text{ m} = 80 \text{ cm}$$

$\times 100$

$$0,14 \text{ m} = 14 \text{ cm}$$

$\times 100$

$$0,038 \text{ dm} = 0,38 \text{ cm}$$

$$0,002 \text{ m} = 0,2 \text{ cm}$$

$\times 100$

$$34 \text{ dm} = 340 \text{ cm}$$

$$560 \text{ mm} = 56 \text{ cm}$$

$$0,0004 \text{ km} = 0,4 \text{ cm}$$

$\times 10000$

$$0,003 \text{ dm} = 0,03 \text{ cm}$$

$\times 10$

$$1600 \text{ dm} = 16000 \text{ cm}$$

$$0,003 \text{ km} = 300 \text{ cm}$$

$\times 1000$

$$230 \text{ mm} = 23 \text{ cm}$$

$$0,5 \text{ mm} = 0,05 \text{ cm}$$

$\times 10$

Převod na decimetry

násobíme

dělíme

$$320 \text{ mm} = 3,2 \text{ dm}$$

$$1,5 \text{ mm} = 0,015 \text{ dm}$$

$\times 100$

$$35 \text{ cm} = 3,5 \text{ dm}$$

$$0,3 \text{ cm} = 0,03 \text{ dm}$$

$\times 10$

$$0,8 \text{ m} = 8 \text{ dm}$$

$\times 10$

$$0,24 \text{ m} = 2,4 \text{ dm}$$

$\times 10$

$$0,038 \text{ m} = 0,38 \text{ dm}$$

$$0,04 \text{ m} = 0,4 \text{ dm}$$

$\times 10$

$$34 \text{ cm} = 3,4 \text{ dm}$$

$$360 \text{ cm} = 36 \text{ dm}$$

$$0,0006 \text{ km} = 6 \text{ dm}$$

$\times 100000$

$$0,01 \text{ km} = 100 \text{ dm}$$

$\times 10000$

$$1,2 \text{ cm} = 0,12 \text{ dm}$$

$$9,6 \text{ m} = 96 \text{ dm}$$

$\times 10$

$$420 \text{ mm} = 4,2 \text{ dm}$$

$$0,0005 \text{ km} = 5 \text{ dm}$$

$\times 100000$

Převod na metry

$$620 \text{ mm} = 0,62 \text{ m}$$

$$18 \text{ mm} = 0,018 \text{ m}$$

$$35 \text{ km} = 35000 \text{ m}$$

$$0,01 \text{ km} = 10 \text{ m}$$

$$0,7 \text{ dm} = 0,07 \text{ m}$$

$$0,54 \text{ dm} = 0,054 \text{ m}$$

$$0,039 \text{ km} = 39 \text{ m}$$

$$0,04 \text{ dm} = 0,004 \text{ m}$$

$$94 \text{ cm} = 0,94 \text{ m}$$

$$380 \text{ cm} = 3,8 \text{ m}$$

$$0,06 \text{ dm} = 0,006 \text{ m}$$

$$0,8 \text{ cm} = 0,008 \text{ m}$$

$$1200 \text{ mm} = 1,2 \text{ m}$$

$$36 \text{ dm} = 3,6 \text{ m}$$

$$0,009 \text{ km} = 9 \text{ m}$$

$$1,24 \text{ km} = 1240 \text{ m}$$

Převod na kilometry

$$7200 \text{ mm} = 0,0072 \text{ km}$$

$\times 1000000$

$$180 \text{ m} = 0,18 \text{ km}$$

$\times 1000$

$$35 \text{ m} = 0,035 \text{ km}$$

$\times 1000$

$$12 \text{ m} = 0,012 \text{ km}$$

$\times 1000$

$$35 \text{ dm} = 0,0035 \text{ km}$$

$\times 100000$

$$54 \text{ dm} = 0,0054 \text{ km}$$

$\times 100000$

$$3900 \text{ dm} = 0,39 \text{ km}$$

$\times 10000$

$$4600 \text{ m} = 4,6 \text{ km}$$

$$940 \text{ cm} = 0,0094 \text{ km}$$

$\times 100000$

$$3300 \text{ cm} = 0,033 \text{ km}$$

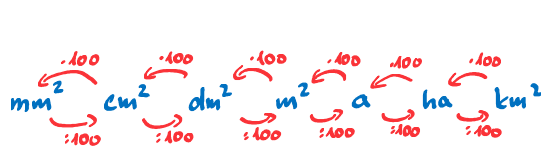
$\times 30000$

$$230000 \text{ cm} = 2,3 \text{ km}$$

$\times 100000$

$$0,8 \text{ m} = 0,0008 \text{ km}$$

Převody jednotek - obsah



Převod na mm^2

$$10 \text{ cm}^2 = 10\,000 \text{ mm}^2$$

$$0,009 \text{ dm}^2 = 90 \text{ mm}^2$$

$$129 \text{ cm}^2 = 12\,900 \text{ mm}^2$$

$$12 \text{ cm}^2 = 12\,00 \text{ mm}^2$$

$$0,14 \text{ dm}^2 = 14\,00 \text{ mm}^2$$

$$5,6 \text{ cm}^2 = 560 \text{ mm}^2$$

$$0,32 \text{ cm}^2 = 32 \text{ mm}^2$$

$$78 \text{ dm}^2 = 780\,000 \text{ mm}^2$$

$$0,05 \text{ cm}^2 = 5 \text{ mm}^2$$

$$0,1 \text{ dm}^2 = 1\,000 \text{ mm}^2$$

$$2,5 \text{ dm}^2 = 25\,000 \text{ mm}^2$$

$$0,007 \text{ dm}^2 = 70 \text{ mm}^2$$

Převod na cm^2

$$10 \text{ mm}^2 = 0,1 \text{ cm}^2$$

$$0,07 \text{ m}^2 = 700 \text{ cm}^2$$

$$34 \text{ dm}^2 = 3\,400 \text{ cm}^2$$

$$130 \text{ mm}^2 = 1,3 \text{ cm}^2$$

$$0,14 \text{ m}^2 = 1400 \text{ cm}^2$$

$$760 \text{ mm}^2 = 7,6 \text{ cm}^2$$

$$65 \text{ mm}^2 = 0,65 \text{ cm}^2$$

$$0,038 \text{ dm}^2 = 3,8 \text{ cm}^2$$

$$0,002 \text{ m}^2 = 20 \text{ cm}^2$$

$$0,01 \text{ dm}^2 = 1 \text{ cm}^2$$

$$0,006 \text{ m}^2 = 60 \text{ cm}^2$$

$$0,003 \text{ dm}^2 = 0,3 \text{ cm}^2$$

Převod na dm^2

$$320 \text{ mm}^2 = 0,032 \text{ dm}^2$$

$$0,8 \text{ m}^2 = 80 \text{ dm}^2$$

$$34 \text{ cm}^2 = 0,34 \text{ dm}^2$$

$$1,5 \text{ m}^2 = 150 \text{ dm}^2$$

$$0,24 \text{ cm}^2 = 0,0024 \text{ dm}^2$$

$$360 \text{ cm}^2 = 3,6 \text{ dm}^2$$

$$35 \text{ m}^2 = 3500 \text{ dm}^2$$

$$0,038 \text{ a} = 380 \text{ dm}^2$$

$$0,0006 \text{ ha} = 600 \text{ dm}^2$$

$$0,01 \text{ a} = 100 \text{ dm}^2$$

$$0,008 \text{ ha} = 8000 \text{ dm}^2$$

$$240 \text{ mm}^2 = 0,024 \text{ dm}^2$$

Převod na m^2

$$620 \text{ cm}^2 = 0,062 \text{ m}^2$$

$$0,7 \text{ dm}^2 = 0,007 \text{ m}^2$$

$$94 \text{ a} = 9400 \text{ m}^2$$

$$0,01 \text{ ha} = 100 \text{ m}^2$$

$$5 \text{ a} = 500 \text{ m}^2$$

$$18 \text{ dm}^2 = 0,18 \text{ m}^2$$

$$0,54 \text{ a} = 54 \text{ m}^2$$

$$380 \text{ cm}^2 = 0,038 \text{ m}^2$$

$$0,04 \text{ ha} = 400 \text{ m}^2$$

$$240 \text{ dm}^2 = 2,4 \text{ m}^2$$

$$35 \text{ ha} = 350\,000 \text{ m}^2$$

$$0,000\,09 \text{ km}^2 = 90 \text{ m}^2$$

$$0,06 \text{ a} = 6 \text{ m}^2$$

$$0,8 \text{ dm}^2 = 0,008 \text{ m}^2$$

$$2 \text{ ha} = 20\,000 \text{ m}^2$$

$$590 \text{ dm}^2 = 5,9 \text{ m}^2$$

$$12900 \text{ cm}^2 = 1,29 \text{ m}^2$$

$$900 \text{ dm}^2 = 9 \text{ m}^2$$

$$1,2 \text{ a} = 120 \text{ m}^2$$

$$1,4 \text{ ha} = 14\,000 \text{ m}^2$$

Převod na ary



$$7200 \text{ dm}^2 = 0,72 \text{ a}$$

$$35 \text{ m}^2 = 0,35 \text{ a}$$

$$940 \text{ dm}^2 = 0,094 \text{ a}$$

$$180 \text{ m}^2 = 1,8 \text{ a}$$

$$5,4 \text{ ha} = 540 \text{ a}$$

$$0,93 \text{ km}^2 = 9300 \text{ a}$$

$$0,07 \text{ km}^2 = 700 \text{ a}$$

$$39\,000 \text{ m}^2 = 390 \text{ a}$$

$$230\,000 \text{ cm}^2 = 0,23 \text{ a}$$

$$12 \text{ ha} = 1200 \text{ a}$$

$$4600 \text{ m}^2 = 46 \text{ a}$$

$$0,8 \text{ ha} = 80 \text{ a}$$

Převod na hektary

$$570 \text{ a} = 5,7 \text{ ha}$$

$$2400 \text{ m}^2 = 0,24 \text{ ha}$$

$$0,34 \text{ km}^2 = 34 \text{ ha}$$

$$1,5 \text{ km}^2 = 150 \text{ ha}$$

$$240 \text{ a} = 2,4 \text{ ha}$$

$$360 \text{ m}^2 = 0,036 \text{ ha}$$

$$35 \text{ km}^2 = 3500 \text{ ha}$$

$$39 \text{ a} = 0,39 \text{ ha}$$

$$8700 \text{ m}^2 = 0,87 \text{ ha}$$

$$1,3 \text{ a} = 0,013 \text{ ha}$$

$$0,008 \text{ km}^2 = 0,8 \text{ ha}$$

$$240 \text{ m}^2 = 0,024 \text{ ha}$$

Převod na km^2

$$340 \text{ ha} = 3,4 \text{ km}^2$$

$$290\,000 \text{ m}^2 = 0,29 \text{ km}^2$$

$$3,4 \text{ ha} = 0,034 \text{ km}^2$$

$$2\,000\,000 \text{ m}^2 = 2 \text{ km}^2$$

$$240 \text{ a} = 0,024 \text{ km}^2$$

$$360 \text{ ha} = 3,6 \text{ km}^2$$

$$35 \text{ ha} = 0,35 \text{ km}^2$$

$$600 \text{ a} = 0,06 \text{ km}^2$$

$$87000 \text{ m}^2 = 0,087 \text{ km}^2$$

$$120 \text{ a} = 0,012 \text{ km}^2$$

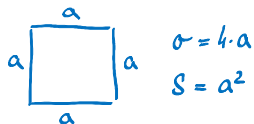
$$2400 \text{ a} = 0,24 \text{ km}^2$$

$$240 \text{ ha} = 2,4 \text{ km}^2$$



Obrázek:	Vzorečky:	Odvozené vzorečky z obsahů:
Čtverec: $S = 3 \cdot 3 = 9 \text{ m}^2$	$\sigma = 4 \cdot a$ $S = a \cdot a = a^2$	$\sigma = 4 \cdot a \quad / :4 \quad a = \frac{\sigma}{4}$ $S = a^2 \quad a = \sqrt{S}$
Obdélník: $S = 3 \cdot 2 = 6 \text{ m}^2$	$\sigma = 2a + 2b = 2 \cdot (a + b)$ $S = a \cdot b$	$\sigma = 2a + 2b \quad \sigma - 2b = 2a \quad / :2 \quad a = \frac{\sigma - 2b}{2} = \frac{\sigma}{2} - b$ $S = a \cdot b \quad / :a \quad b = \frac{S}{a}$
Trojúhelník: $S_{\triangle} = \frac{c \cdot v_c}{2}$	$\sigma = a + b + c$ $S_{\triangle} = \frac{c \cdot v_c}{2} = \frac{b \cdot v_b}{2} = \frac{a \cdot v_a}{2}$	$\sigma = a + b + c \rightarrow a = \sigma - b - c$ $S_{\triangle} = \frac{c \cdot v_c}{2} \quad / :2 \quad 2S_{\triangle} = c \cdot v_c \quad c = \frac{2S}{v_c} \quad v_c = \frac{2S}{c}$
Rovnoběžník:	$\sigma = 2a + 2b \quad (\text{viz. obdelnik})$ $S = a \cdot v_a$	$S = a \cdot v_a \quad / :a \quad v_a = \frac{S}{a}$ $a = \frac{S}{v_a}$
Kosočtverec: $S_{\square} = e \cdot f$	$\sigma = 4a \quad (\text{jako čtverec})$ ① kosočtverec je rovnoběžník $S = a \cdot v$ ② $S = \frac{e \cdot f}{2}$	$S = \frac{e \cdot f}{2} \quad / :2 \quad 2S = e \cdot f$ $L > \quad e = \frac{2S}{f} \quad f = \frac{2S}{e}$
Lichoběžník: $S = \frac{a \cdot v}{2} + \frac{c \cdot v}{2}$	$\sigma = a + b + c + d$ $S = \frac{v}{2} \cdot (a + c) = \frac{(a + c) \cdot v}{2}$	$S = \frac{(a + c) \cdot v}{2} \quad / :2 \quad 2S = (a + c) \cdot v \quad v = \frac{2S}{a + c}$ $2S = (a + c) \cdot v \quad / :v \quad \frac{2S}{v} = a + c \quad c = \frac{2S}{v} - a$
Kruh: $d = 2r$	$\sigma = 2\pi r \quad \sigma = \pi d$ $S = \pi r^2 \quad S = \frac{1}{4} \pi d^2$	$\sigma = 2\pi r \quad r = \frac{\sigma}{2\pi}$ $S = \pi r^2 \quad \frac{S}{\pi} = r^2 \quad r = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$

Opakování obsahů 4
Vypočítej chybějící hodnoty



1) čtverec ABCD

$$a = 6 \text{ cm}$$

$$o = 4 \cdot a = 4 \cdot 6 = 24 \text{ cm}$$

$$S = a^2 = 6^2 = 36 \text{ cm}^2$$

2) čtverec ABCD

$$o = 28 \text{ cm}$$

$$a = \frac{o}{4} = \frac{28}{4} = 7 \text{ cm}$$

$$S = a^2 = 7^2 = 49 \text{ cm}^2$$

$$o = 4a \quad / :4$$

$$\hookrightarrow a = \frac{o}{4}$$

3) čtverec ABCD

$$S = 144 \text{ cm}^2$$

$$a = \sqrt{S} = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$$

$$o = 4 \cdot a = 4 \cdot 12 = 48 \text{ cm}$$

$$S = a^2$$

$$\hookrightarrow a = \sqrt{S}$$

4) čtverec ABCD

$$a = 8 \text{ cm}$$

$$o = 4 \cdot a = 4 \cdot 8 = 32 \text{ cm}$$

$$S = a^2 = 8^2 = 64 \text{ cm}^2$$

5) čtverec ABCD

$$o = 6,4 \text{ cm}$$

$$a = \frac{o}{4} = \frac{6,4}{4} = 1,6 \text{ cm}$$

$$S = a^2 = 1,6^2 = 2,56 \text{ cm}^2$$

$$o = 4a \quad / :4$$

$$\frac{o}{4} = a$$

6) čtverec ABCD

$$S = 2,25 \text{ cm}^2$$

$$a = \sqrt{S} = \sqrt{2,25} = 1,5 \text{ cm}$$

$$o = 4 \cdot a = 4 \cdot 1,5 = 6 \text{ cm}$$

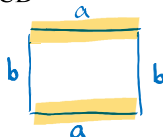
7) obdélník ABCD

$$a = 5 \text{ cm}$$

$$b = 3 \text{ cm}$$

$$o = 2a + 2b = 2 \cdot 5 + 2 \cdot 3 = 16 \text{ cm}$$

$$S = a \cdot b = 5 \cdot 3 = 15 \text{ cm}^2$$



8) obdélník ABCD

$$a = 6 \text{ cm}$$

$$o = 18 \text{ cm}$$

$$b = \frac{o - 2a}{2} = \frac{18 - 2 \cdot 6}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ cm}$$

$$S = a \cdot b = 6 \cdot 3 = 18 \text{ cm}^2$$

$$o = 2a + 2b$$

$$o - 2a = 2b$$

$$\frac{o - 2a}{2} = b$$

NEJSEŠ SI
JISTÝ

kontrola:

$$o = 2a + 2b = 2 \cdot 6 + 2 \cdot 3 = 18 \text{ cm}$$

! NEMUŽETE PO ODVOZENÍ NAPSAT
ŠPATNÝ VÝSLEDEK
PROTOŽE ZÁKLADNÍ VZORCE ZNÁŠ

10) obdélník ABCD

$$a = 7 \text{ cm}$$

$$b = 12 \text{ cm}$$

$$o = 2a + 2b = 2 \cdot 7 + 2 \cdot 12 = 38 \text{ cm}$$

$$S = a \cdot b = 7 \cdot 12 = 84 \text{ cm}^2$$

11) obdélník ABCD

$$a = 11 \text{ cm}$$

$$o = 32 \text{ cm}$$

$$b = \frac{o - 2a}{2} = \frac{32 - 2 \cdot 11}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ cm}$$

$$S = a \cdot b = 11 \cdot 5 = 55 \text{ cm}^2$$

$$o = 2a + 2b$$

$$o - 2a = 2b$$

$$\frac{o - 2a}{2} = b$$

zk:

$$o = 2 \cdot 11 + 2 \cdot 5 = 32 \text{ cm}$$

12) obdélník ABCD

$$b = 15 \text{ cm}$$

$$S = 180 \text{ cm}^2$$

$$a = \frac{S}{b} = \frac{180}{15} = 12 \text{ cm}$$

$$o = 2a + 2b = 2 \cdot 12 + 2 \cdot 15 = 24 + 30 = 54 \text{ cm}$$

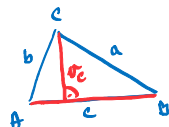
$$S = a \cdot b \quad / :b$$

$$\frac{S}{b} = a$$

$$S = a \cdot b \quad / :b$$

$$\frac{S}{b} = a$$

Opakování obsahů 5
Vypočítej chybějící hodnoty



$$O = a + b + c$$

$$S = \frac{c \cdot v_c}{2} = \frac{b \cdot v_b}{2} = \frac{a \cdot v_a}{2}$$

1) trojúhelník ABC

$$a = 6 \text{ cm}$$

$$v_a = 3 \text{ cm}$$

$$S = \frac{a \cdot v_a}{2} = \frac{6 \cdot 3}{2} = 9 \text{ cm}^2$$

2) trojúhelník ABC

$$S = 12 \text{ cm}^2$$

$$b = 4 \text{ cm}$$

$$v_b = \frac{2S}{b} = \frac{2 \cdot 12}{4} = 6 \text{ cm}$$

$$S = \frac{b \cdot v_b}{2} \quad / : 2$$

$$2S = b \cdot v_b$$

$$\frac{2S}{b} = v_b$$

3) trojúhelník ABC

$$S = 18 \text{ cm}^2$$

$$v_c = 9 \text{ cm}$$

$$c = \frac{2S}{v_c} = \frac{2 \cdot 18}{9} = 4 \text{ cm}$$

$$S = \frac{c \cdot v_c}{2}$$

$$2S = c \cdot v_c$$

$$\frac{2S}{v_c} = c$$

4) trojúhelník ABC

$$a = 12 \text{ cm}$$

$$v_a = 10 \text{ cm}$$

$$S = \frac{a \cdot v_a}{2} = \frac{12 \cdot 10}{2} = 60 \text{ cm}^2$$

5) trojúhelník ABC

$$S = 30 \text{ cm}^2$$

$$b = 5 \text{ cm}$$

$$v_b = \frac{2S}{b} = \frac{2 \cdot 30}{5} = 12 \text{ cm}$$

$$S = \frac{b \cdot v_b}{2} \quad / : 2$$

$$2S = b \cdot v_b$$

$$\frac{2S}{b} = v_b$$

6) trojúhelník ABC

$$S = 200 \text{ cm}^2$$

$$c = 40 \text{ cm}$$

$$v_c = \frac{2S}{c} = \frac{2 \cdot 200}{40} = 10 \text{ cm}$$

$$S = \frac{c \cdot v_c}{2} \quad / : 2$$

$$2S = c \cdot v_c \quad / : c$$

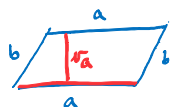
$$\frac{2S}{c} = v_c$$

7) rovnoběžník ABCD

$$a = 6 \text{ cm}$$

$$v_a = 4 \text{ cm}$$

$$S = a \cdot v_a = 6 \cdot 4 = 24 \text{ cm}^2$$



$$O = 2a + 2b$$

$$S = a \cdot v_a = b \cdot v_b$$

8) rovnoběžník ABCD

$$S = 24 \text{ cm}^2$$

$$b = 6 \text{ cm}$$

$$v_b = \frac{S}{b} = \frac{24}{6} = 4 \text{ cm}$$

$$S = b \cdot v_b \quad / : b$$

$$\frac{S}{b} = v_b$$

9) rovnoběžník ABCD

$$S = 45 \text{ cm}^2$$

$$v_a = 9 \text{ cm}$$

$$a = \frac{S}{v_a} = \frac{45}{9} = 5 \text{ cm}$$

$$S = v_a \cdot a \quad / : v_a$$

$$\frac{S}{v_a} = a$$

10) rovnoběžník ABCD

$$b = 12 \text{ cm}$$

$$v_b = 7 \text{ cm}$$

$$S = b \cdot v_b = 12 \cdot 7 = 84 \text{ cm}^2$$

11) rovnoběžník ABCD

$$S = 30 \text{ cm}^2$$

$$a = 5 \text{ cm}$$

$$v_a = \frac{S}{a} = \frac{30}{5} = 6 \text{ cm}$$

$$S = a \cdot v_a \quad / : a$$

$$\frac{S}{a} = v_a$$

12) rovnoběžník ABCD

$$S = 60 \text{ cm}^2$$

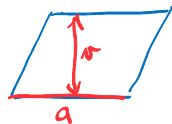
$$v_b = 10 \text{ cm}$$

$$b = \frac{S}{v_b} = \frac{60}{10} = 6 \text{ cm}$$

$$S = b \cdot v_b \quad / : v_b$$

$$\frac{S}{v_b} = b$$

Opakování obsahů 6
Vypočítej chybějící hodnoty



$$S = a \cdot v$$



$$S = \frac{e \cdot f}{2}$$

1) kosočtverec ABCD

$$a = 6 \text{ cm}$$

$$v = 4 \text{ cm}$$

$$S = a \cdot v = 6 \cdot 4 = 24 \text{ cm}^2$$

2) kosočtverec ABCD

$$e = 12 \text{ cm}$$

$$f = 20 \text{ cm}$$

$$S = \frac{e \cdot f}{2} = \frac{12 \cdot 20}{2} = 120 \text{ cm}^2$$

3) kosočtverec ABCD

$$S = 39 \text{ cm}^2$$

$$e = 13 \text{ cm}$$

$$f = \frac{2 \cdot S}{e} = \frac{2 \cdot 39}{13} = 6 \text{ cm}$$

$$S = \frac{e \cdot f}{2} \quad / : 2$$

$$2S = e \cdot f \quad / : e$$

$$\frac{2S}{e} = f$$

4) kosočtverec ABCD

$$S = 90 \text{ cm}^2$$

$$a = 18 \text{ cm}$$

$$v = \frac{S}{a} = \frac{90}{18} = 5 \text{ cm}$$

$$S = a \cdot v \quad / : a$$

$$\frac{S}{a} = v$$

5) kosočtverec ABCD

$$e = 16 \text{ cm}$$

$$f = 8 \text{ cm}$$

$$S = \frac{e \cdot f}{2} = \frac{16 \cdot 8}{2} = 64 \text{ cm}^2$$

6) kosočtverec ABCD

$$S = 42 \text{ cm}^2$$

$$e = 7 \text{ cm}$$

$$f = \frac{2S}{e} = \frac{2 \cdot 42}{7} = 12 \text{ cm}$$

$$S = \frac{e \cdot f}{2} \quad / : 2$$

$$2S = e \cdot f \quad / : e$$

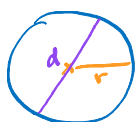
$$\frac{2S}{e} = f$$

7) kružnice (kalkulačka)

$$r = 5 \text{ cm}$$

$$S = \pi r^2 = 3,14 \cdot 5^2 = 78,5 \text{ cm}^2$$

$$o = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 5 = 31,4 \text{ cm}$$



$$d = 2r$$

$$S = \pi r^2$$

$$o = 2\pi r$$

8) kružnice (kalkulačka)

$$o = 56,52 \text{ cm}$$

$$r = \frac{o}{2\pi} = \frac{56,52}{2 \cdot 3,14} = 9 \text{ cm}$$

$$S = \pi r^2 = 3,14 \cdot 9^2 = 254,34 \text{ cm}^2$$

$$o = 2\pi r \quad / : 2\pi$$

$$\frac{o}{2\pi} = r$$

9) kružnice (kalkulačka)

$$S = 113,04 \text{ cm}^2$$

$$o = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 6 = 37,68 \text{ cm}$$

$$r = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = \sqrt{\frac{113,04}{3,14}} = \sqrt{36} = 6 \text{ cm}$$

$$S = \pi r^2 \quad / : \pi$$

$$\frac{S}{\pi} = r^2$$

10) kružnice (kalkulačka)

$$r = 7 \text{ cm}$$

$$S = \pi r^2 = 3,14 \cdot 7^2 = 153,86 \text{ cm}^2$$

$$o = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 7 = 43,96 \text{ cm}$$

11) kružnice (kalkulačka)

$$o = 69,08 \text{ cm}$$

$$r = \frac{o}{2\pi} = \frac{69,08}{2 \cdot 3,14} = 11 \text{ cm}$$

$$S = \pi r^2 = \pi \cdot 11^2 = 373,34 \text{ cm}^2$$

$$2\pi r = o \quad / : 2\pi$$

$$r = \frac{o}{2\pi}$$

12) kružnice (kalkulačka)

$$S = 78,5 \text{ cm}^2$$

$$o = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 5 = 31,4 \text{ cm}$$

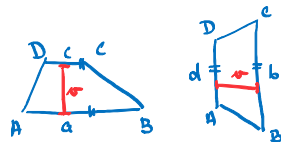
$$r = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = \sqrt{\frac{78,5}{3,14}} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

$$S = \pi r^2$$

$$\frac{S}{\pi} = r^2$$

Opakování obsahů 7

Vypočítej chybějící hodnoty.



1) lichoběžník ABCD, kde $a \parallel c$

$$a = 6 \text{ cm}$$

$$c = 4 \text{ cm}$$

$$v = 5 \text{ cm}$$

$$S = \frac{(6+4) \cdot 5}{2} = \frac{10 \cdot 5}{2} = 25 \text{ cm}^2$$

$$S = \frac{(a+c) \cdot v}{2}$$

2) lichoběžník ABCD, kde $a \parallel c$

$$S = 37,5 \text{ cm}^2$$

$$a = 6 \text{ cm}$$

$$v = 5 \text{ cm}$$

$$c = 9 \text{ cm}$$

$$c = \frac{2 \cdot 37,5}{5} - 6 = \frac{75}{5} - 6 = 15 - 6 = 9 \text{ cm}$$

$$S = \frac{(a+c) \cdot v}{2} \quad / : \frac{2}{v}$$

$$2S = (a+c) \cdot v \quad / : v$$

$$\frac{2S}{v} = a+c$$

$$\frac{2S}{v} - a = c$$

3) lichoběžník ABCD, kde $a \parallel c$

$$S = 30 \text{ cm}^2$$

$$a = 3 \text{ cm}$$

$$c = 7 \text{ cm}$$

$$v = \frac{2 \cdot 30}{3+7} = \frac{2 \cdot 30}{10} = 6 \text{ cm}$$

$$S = \frac{(a+c) \cdot v}{2} \quad / : \frac{2}{v}$$

$$2S = (a+c) \cdot v \quad / : (a+c)$$

$$\frac{2S}{a+c} = v$$

4) lichoběžník ABCD, kde $b \parallel d$

$$b = 12 \text{ cm}$$

$$d = 8 \text{ cm}$$

$$v = 6 \text{ cm}$$

$$S = \frac{(12+8) \cdot 6}{2} = \frac{20 \cdot 6}{2} = 60 \text{ cm}^2$$

$$S = \frac{(b+d) \cdot v}{2}$$

5) lichoběžník ABCD, kde $b \parallel d$

$$S = 120 \text{ cm}^2$$

$$b = 18 \text{ cm}$$

$$v = 8 \text{ cm}$$

$$d = 12 \text{ cm}$$

$$d = \frac{2 \cdot S}{v} - b = \frac{2 \cdot 120}{8} - 18 = 30 - 18 = 12$$

$$S = \frac{(b+d) \cdot v}{2}$$

$$2S = (b+d) \cdot v$$

$$\frac{2S}{v} = b+d$$

$$\frac{2S}{v} - b = d$$

6) lichoběžník ABCD, kde $b \parallel d$

$$S = 45 \text{ cm}^2$$

$$b = 11 \text{ cm}$$

$$d = 7 \text{ cm}$$

$$v = 5 \text{ cm}$$

$$v = \frac{2 \cdot 45}{11+7} = \frac{2 \cdot 45}{18} = 5$$

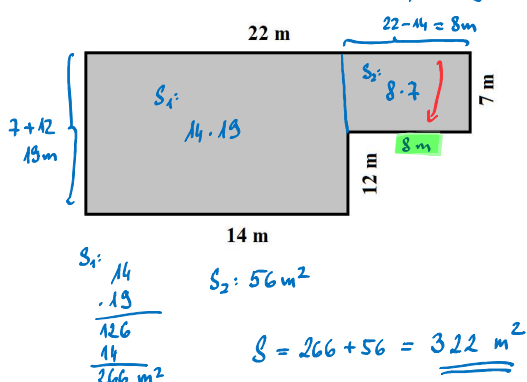
$$S = \frac{(b+d) \cdot v}{2}$$

$$2S = (b+d) \cdot v \quad / : (b+d)$$

$$\frac{2S}{b+d} = v$$

7) Vypočítej obvod a výměru budovy.

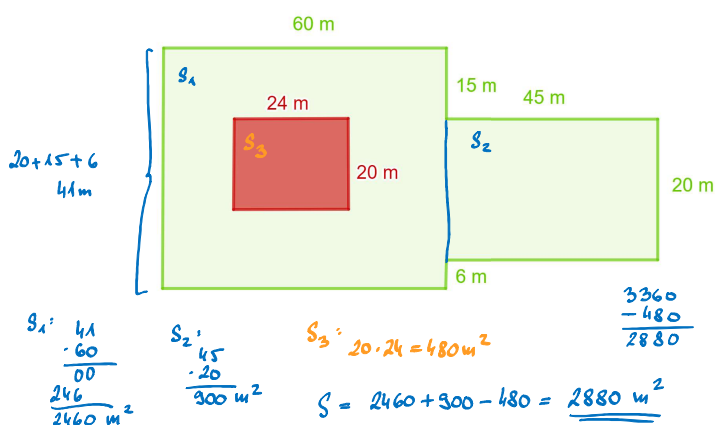
↳ Obsah půldvůru



$$O = 13 + 14 + 12 + 8 + 7 + 22 = 82 \text{ m}$$

↳ [viz. videtu chybi vyjádřit]

8) Vypočítej výměru nezastavěné plochy zahrady. Zastavěná plocha je označena červeně.



Opakování obsahů 8

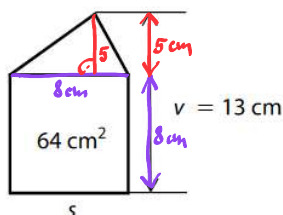
1) Domeček je složen ze čtverce a trojúhelníku. Obsah čtverce je 64 cm^2 . Výška domečku je 13 cm . Vypočítej obsah trojúhelníku. (Cermat)

$$S_{\square} = 64 \text{ cm}^2$$

$$L \rightarrow a = \sqrt{64} = 8 \text{ cm}$$

$$S_{\Delta} = \frac{8 \cdot 5}{2} = 20 \text{ cm}^2$$

O: Trojúhelník má obsah 20 cm^2 .



2) Bílý čtverec má stranu 3 cm . Šedá plocha je 56 cm^2 . Strana čtverce AB má 9 cm . Jak velká je strana černého čtverce? (Cermat)

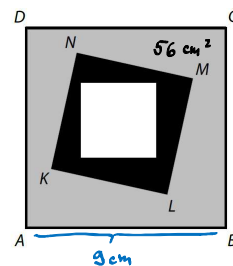
$$S_{\text{šedá}} = 9^2 = 81 \text{ cm}^2$$

$$- 56 \text{ cm}^2 \text{ (šedá)}$$

$$S_{\text{černá}} = 25 \text{ cm}^2$$

$$L \rightarrow a = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

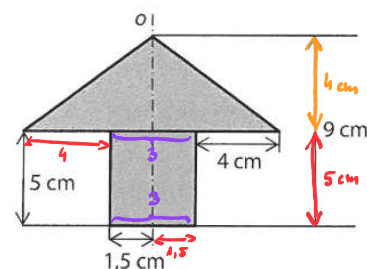
O: Strana čtverce je 5 cm .



3) Obrázec se skládá z trojúhelníku a obdélníku a je osově souměrný podle osy o . Jaký je obsah obrazce? (Cermat)

$$S_1 = 3 \cdot 5 = 15 \text{ cm}^2$$

$$S_2 = \frac{11 \cdot 4}{2} = 22 \text{ cm}^2$$



$$S = 37 \text{ cm}^2$$

O: Obsah obrazce je 37 cm^2

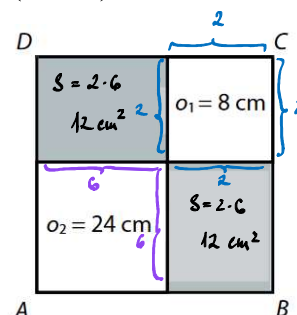
4) Čtverec ABCD je dvěma úsečkami rozdělen na čtyři části: čtverec s obvodem 8 cm , čtverec s obvodem 24 cm a dva tmavé obdélníky. Vypočítej obsah šedé části. (Cermat)

$$O_1 = 8 \text{ cm}$$

$$a = O_1 : 4 = 8 : 4 = 2 \text{ cm}$$

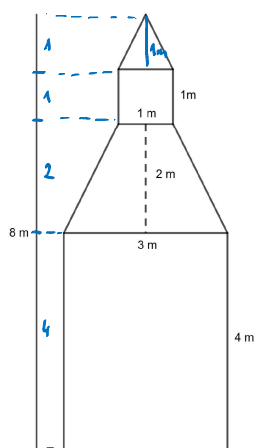
$$O_2 = 24 \text{ cm}$$

$$a = O_2 : 4 = 24 : 4 = 6 \text{ cm}$$



O: Obsah šedé části je 24 cm^2

5) Věžička je tvořena obdélníkem, lichoběžníkem, čtvercem a trojúhelníkem. Vypočítej celkový obsah věžičky.



$$S_4 = \frac{1 \cdot 1}{2} = 0,5 \text{ m}^2$$

$$S_3 = 1 \cdot 1 = 1 \text{ m}^2$$

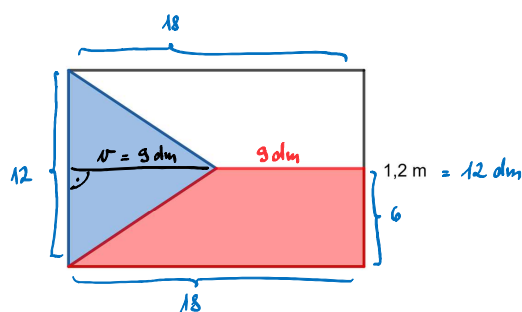
$$S_2 = \frac{(1+3) \cdot 2}{2} = 4 \text{ m}^2$$

$$S_1 = 4 \cdot 3 = 12 \text{ m}^2$$

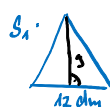
$$S = 17,5 \text{ m}^2$$

O: Obsah obrazce je $17,5 \text{ m}^2$

6) Česká vlajka má pevně dané poměry: poměr stran je $2:3$ (šířka k délce) a modrý klín sahá do poloviny délky vlajky. Vypočítej obsah modré a obsah červené části.



$$12 \cdot \frac{3}{2} = 18$$



$$S = \frac{12 \cdot 9}{2} = 54 \text{ dm}^2$$

$$S_2 = 81 \text{ dm}^2$$

$$S = \frac{(18+9) \cdot 6}{2} = 27 \cdot 3 = 81 \text{ dm}^2$$

O: Obsah modré části je 54 dm^2
a obsah červené 81 dm^2 .

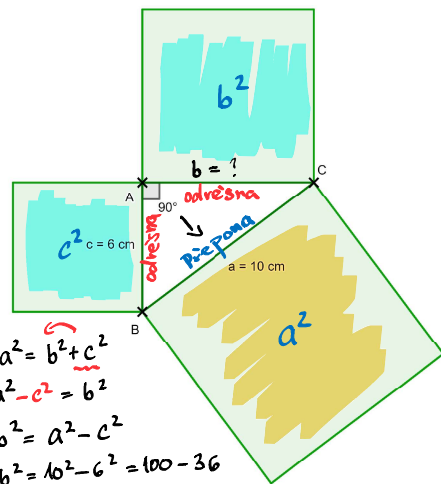
Pythagorova věta 1 (kalkulačka)

1)

$$a = 10 \text{ cm}$$

$$b = 8 \text{ cm}$$

$$c = 6 \text{ cm}$$



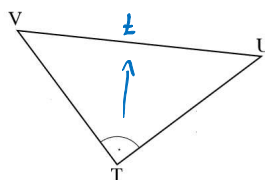
$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 \\ a^2 - c^2 &= b^2 \\ b^2 &= a^2 - c^2 \\ b^2 &= 10^2 - 6^2 = 100 - 36 \\ b^2 &= 64 \\ b &= \sqrt{64} = 8 \text{ cm} \end{aligned}$$

2)

$$t = 20 \text{ dm}$$

$$u = 16 \text{ dm}$$

$$v = 12 \text{ dm}$$



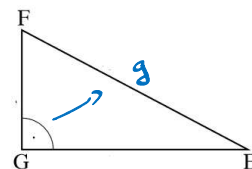
$$\begin{aligned} v^2 &= t^2 - u^2 = 20^2 - 16^2 = 400 - 256 \\ v^2 &= 144 \\ v &= \sqrt{144} = 12 \text{ dm} \end{aligned}$$

3)

$$e = 5 \text{ m}$$

$$f = 12 \text{ m}$$

$$g = 13 \text{ m}$$



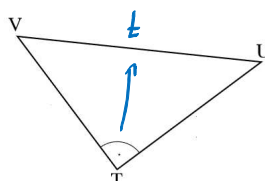
$$\begin{aligned} g^2 &= e^2 + f^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 \\ g^2 &= 169 \text{ m}^2 \\ g &= \sqrt{169} = 13 \text{ m} \end{aligned}$$

4)

$$t = 45 \text{ dm}$$

$$u = 12 \text{ dm}$$

$$v = 43,37 \text{ dm}$$



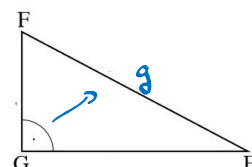
$$\begin{aligned} v^2 &= t^2 - u^2 = 45^2 - 12^2 = 1881 \\ v &= \sqrt{1881} \approx 43,37 \end{aligned}$$

5)

$$e = 16 \text{ cm}$$

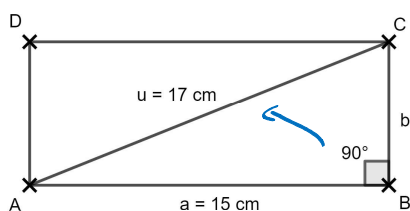
$$f = 30 \text{ cm}$$

$$g = 34 \text{ cm}$$



$$\begin{aligned} g^2 &= e^2 + f^2 = 16^2 + 30^2 = 256 + 900 \\ g^2 &= 1156 \\ g &= \sqrt{1156} = 34 \text{ cm} \end{aligned}$$

6) Dopačítej stranu b.



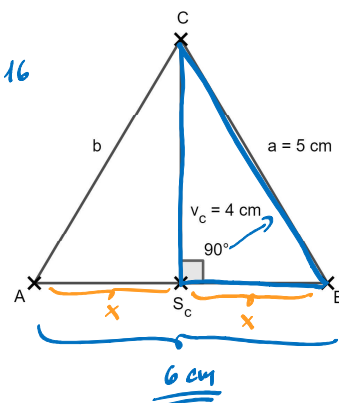
$$\begin{aligned} b^2 &= u^2 - a^2 = 17^2 - 15^2 = 289 - 225 = 64 \text{ cm}^2 \\ b &= \sqrt{64} = 8 \text{ cm} \end{aligned}$$

7) Dopačítej stranu c v rovnoramenném trojúhelníku.

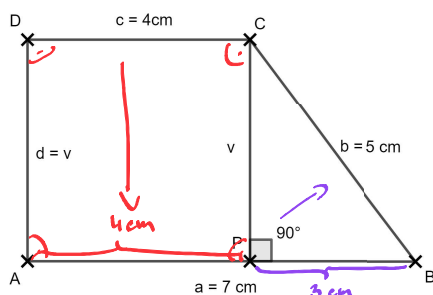
$$x^2 = 5^2 - 4^2 = 25 - 16$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \sqrt{9} = 3 \text{ cm}$$

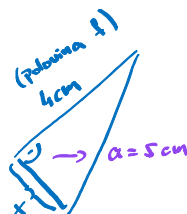


8) Dopačítej výšku v pravoúhlém lichoběžníku.

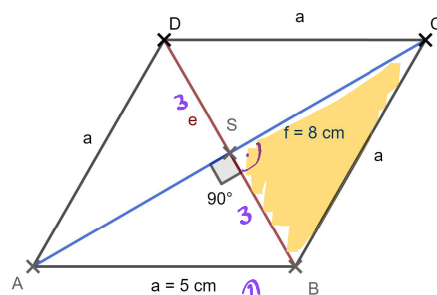


$$\begin{aligned} v^2 &= 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16 \\ v &= \sqrt{16} = 4 \text{ cm} \end{aligned}$$

9) Dopačítej úhlopříčku e v kosočtverci.



$$\begin{aligned} x^2 &= a^2 - 4^2 \\ x^2 &= 5^2 - 4^2 = 25 - 16 \\ x^2 &= 25 - 16 = 9 \text{ cm} \\ x &= \sqrt{9} = 3 \text{ cm} \rightarrow e = 2 \cdot 3 = 6 \text{ cm} \end{aligned}$$



Pythagorova věta 8 (bez kalkulačky)

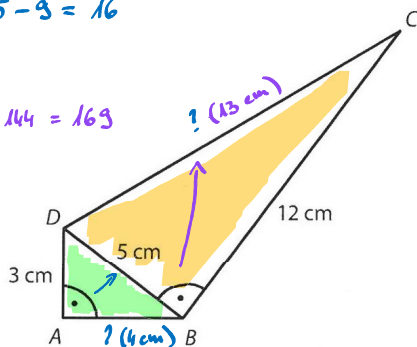
1) Vypočítej obvod čtyřúhelníku ABCD. (cermat)

$$|AB|^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$$

$$|AB| = \sqrt{16} = 4 \text{ cm}$$

$$|CD|^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$$

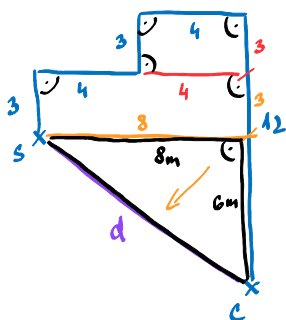
$$|CD| = \sqrt{169} = 13 \text{ cm}$$



$$O = 13 + 12 + 4 + 3$$

$$O = \underline{\underline{32 \text{ cm}}}$$

3) Ema šla bludištěm, které má na sebe kolmé chodby. Po 3 metrech od startu zahrnula doprava, po 4 metrech doleva, po 3 metrech doprava, po 4 metrech doprava, po 12 metrech se zastavila aby se zamyslela. Jak daleko je přímou čarou od startu?



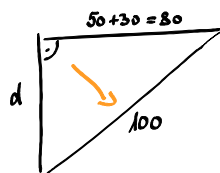
$$d^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36$$

$$d^2 = 100$$

$$d = \sqrt{100} = 10 \text{ m}$$

O: Je to vzdálenost: 10 m od startu

2) Jirka prošel celý okruh stejně dlouhými kroky a do plánu si zaznamenal jejich počet na prvních čtyřech úsecích. Kolika kroky prošel Jirka poslední úsek okruhu? (Cermat 2025)



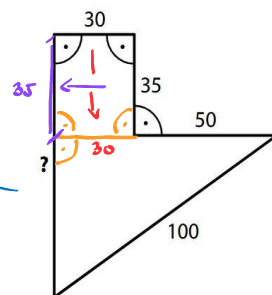
$$d^2 = 100^2 - 80^2 = 10000 - 6400$$

$$d^2 = 3600$$

$$d = \sqrt{36 \cdot 100} = 60 \text{ kroků}$$

$$? = 60 + 35 = \underline{\underline{95 \text{ kroků}}}$$

O: Poslední úsek měl 35 kroků



5) Domeček na obrázku je složen ze čtverce a pravoúhlého trojúhelníku. Vypočítej obsah domečku. (cermat)

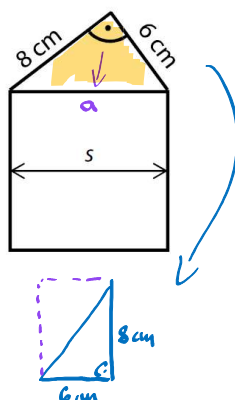
$$a^2 = 8^2 + 6^2$$

$$\hookrightarrow a = 10 \text{ cm}$$

$$S_{\square} = a^2 = 10 \cdot 10 = 100 \text{ cm}^2$$

$$S_{\Delta} = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24 \text{ cm}^2$$

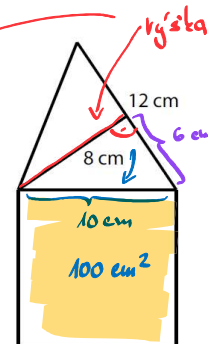
O: Domeček má obsah 124 cm²



6) Nakreslený domeček se skládá ze čtverce a rovnoramenného trojúhelníku. Základna rovnoramenného trojúhelníku měří 12 cm a výška na základnu 8 cm. Vypočítej obsah domečku. (Cermat)

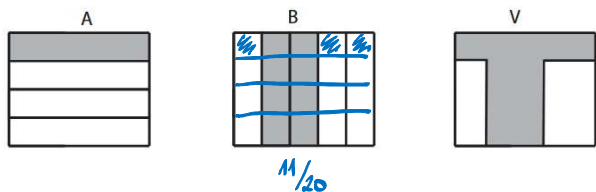
$$S_{\Delta} = \frac{v \cdot a}{2} = \frac{8 \cdot 12}{2} = 48 \text{ cm}^2$$

O: Obsah celého domečku je 148 cm².



Opakování obsahů 9

1) Aleš s Bohunkou rekonstruovali podlahu v kuchyni. Aleš si přál vydláždít část A, která tvoří $1/4$ podlahy kuchyně, Bohunka část B, která tvoří $2/5$ podlahy kuchyně. Ve výsledném řešení (V) byla obě přání splněna, tedy byla vydlážděna část A i B. Zapište zlomkem, jaká část podlahy kuchyně byla vydlážděna. (Cermat Maturita 2016)



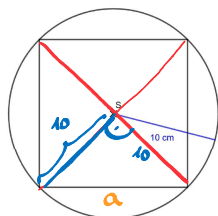
O: Vydlážděno bylo $11/20$.

3) Do kruhu s poloměrem 10 cm je vepsán čtverec. O kolik čtverečných centimetrů je obsah kruhu větší než obsah čtverce?

$$a^2 = 10^2 + 10^2 = 100 + 100 = 200$$

$$S_{\square} = a^2 = 200 \text{ cm}^2$$

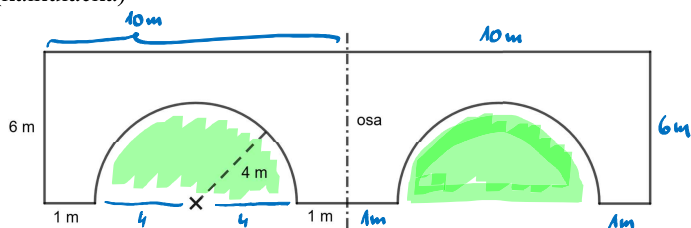
$$S_{\circ} = \pi r^2 = 3,14 \cdot 10^2 = 314 \text{ cm}^2$$



$$S = S_{\circ} - S_{\square} = 314 - 200 = 114 \text{ cm}^2$$

O: Kruh je větší o 114 cm^2

5) Náčrtek silničního mostu je osově souměrný. V mostu jsou dva půlkruhové otvory. Vypočítej obsah a obvod obrázku. (kalkulačka)



$$\sigma = \sigma_k + 36m$$

$$\sigma_k = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 4 = 25,12$$

$$\sigma = 61,12m$$

S: Dva půlkruhy $\rightarrow$ celý kruh

$$S_{\pi} = S_{\square} - S_{\circ} = 6 \cdot 20 - \pi r^2 = 120 - 3,14 \cdot 4^2 = 69,76 \text{ m}^2$$

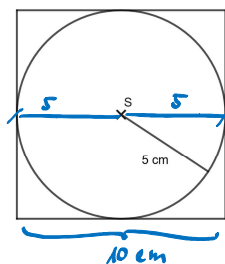
O: Obvod $61,12m$ a obsah $69,76 \text{ m}^2$.

2) Do čtverce je vepsán kruh s poloměrem 5 cm. O kolik čtverečných centimetrů je obsah čtverce větší než obsah kruhu?

$$S_{\square} = 10^2 = 100 \text{ cm}^2$$

$$S_{\circ} = \pi r^2 = 3,14 \cdot 5^2 = 78,5 \text{ cm}^2$$

$$S = S_{\square} - S_{\circ} = 100 - 78,5 = 21,5 \text{ cm}^2$$



O: Obsah čtverce je o $21,5 \text{ cm}^2$ větší.

4) Jsou dány dvě soustředné kružnice. Průměr menší z nich je 6 cm, průměr větší je 8 cm. Urči obsah vzniklého mezikruží.

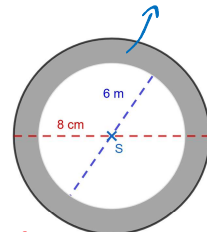
$$r_1 = 4 \text{ cm}$$

$$S_v = \pi r_1^2 = 3,14 \cdot 4^2 = 50,24 \text{ cm}^2$$

$$S_m = \pi r_2^2 = 3,14 \cdot 3^2 = 28,26 \text{ cm}^2$$

$$r_2 = 3 \text{ cm}$$

$$21,98 \text{ cm}^2$$



$$S_{\text{mezik}} = S_v - S_m = \pi \cdot 4^2 - \pi \cdot 3^2 = 16\pi - 9\pi = 7\pi = 21,98 \text{ cm}^2$$

$$\frac{3,14}{7} = 21,98$$

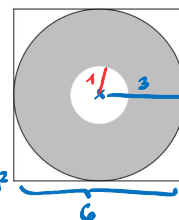
O: Obsah mezikruží je $21,98 \text{ cm}^2$

6) Z kovového čtverce stroj ráží podložku s poloměrem 3 cm a vnitřním otvorem o poloměru 1 cm. Kolik procent odpadu z původního čtverce vznikne?

$$S_{\square} = 6^2 = 36 \text{ cm}^2$$

$$S_{\text{mez}} = S_v - S_m = \pi \cdot 3^2 - \pi \cdot 1^2 = 8\pi = 25,12$$

$$S = S_{\square} - S_{\text{mez}} = 36 - 25,12 = 10,88 \text{ cm}^2$$



$$\text{odpad} = \frac{10,88}{36} = 30,2\%$$

O: odpad tvoří $30,2\%$

$$100\% \dots 36m$$

$$x \dots 10,88m$$

$$100\% \dots 36m$$

$$x \dots 25,12$$

$$\rightarrow 69,8\% \rightarrow 100 - 69,8\%$$

Nástavbové úlohy na obsahy 1

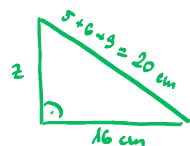
1) Vypočítej obsah zeleného obrazce.

$$x^2 = 10^2 - 8^2 = 100 - 64 = 36$$

$$x = 6 \text{ cm}$$

$$y^2 = 15^2 - 12^2 = 225 - 144 = 81$$

$$y = 9 \text{ cm}$$



$$z^2 = 20^2 - 16^2 = 400 - 256 = 144$$

$$z = 12 \text{ cm}$$

$$S_1 = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24 \text{ cm}^2$$

$$S_2 = \frac{9 \cdot 12}{2} = 54 \text{ cm}^2$$

$$S_3 = \frac{16 \cdot 12}{2} = 96 \text{ cm}^2$$

O: Obsah obrazce je 174 cm^2

3) Obrázek se skládá ze dvou kruhových výsečí a čtverce. Obsah čtverce je 16 cm^2 . Jak velký je obsah a obvod celého obrazce (kalkulačka)

$$\sigma = 2\pi r = 2 \cdot \pi \cdot 4 = 8\pi$$

$$\frac{3}{2}\sigma = \frac{3}{2} \cdot 8\pi = 12\pi$$

$$\sigma = 37,68 \text{ cm}$$

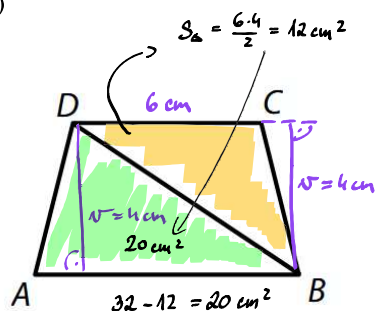
$$S = \frac{3}{4}S_0 + \frac{3}{4}S_0 = \frac{6}{4}S_0$$

$$S = \frac{3}{2} \cdot S_0 = \frac{3}{2} \cdot \pi r^2 = \frac{3}{2} \cdot \pi \cdot 4^2 = 24\pi$$

$$S = 75,36 \text{ cm}^2 + 16 = 91,36 \text{ cm}^2$$

O: Obvod obrazce je $37,68 \text{ cm}$ a obsah $91,36 \text{ cm}^2$

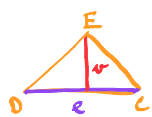
5) Lichoběžník má obsah $S = 32 \text{ cm}^2$ a výšku $v = 4 \text{ cm}$. Délka jedné základny je 6 cm . O kolik cm^2 se liší trojúhelník ABD a BCD? (Cermat Maturita 2017)



O: Trojúhelníky se liší o 8 cm^2

2) Pětúhelník ABCDE je složen ze čtverce ABCD o obsahu 100 cm^2 a trojúhelníku CED o obsahu 30 cm^2 .

Jaký je obsah trojúhelníku ABE? (Cermat Maturita 2018)



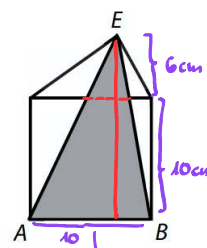
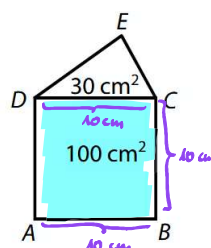
$$S_{\Delta} = \frac{e \cdot v}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$2S_{\Delta} = e \cdot v \quad | : e$$

$$v = \frac{2 \cdot S_{\Delta}}{e}$$

$$v = \frac{2 \cdot 30}{10} = 6 \text{ cm}$$

O: Obsah trojúhelníku je 80 cm^2



$$S_{\Delta} = \frac{e \cdot v}{2} = \frac{10 \cdot 16}{2} = 80 \text{ cm}^2$$

4) Šestiúhelník ABCDEF je složen z bílého lichoběžníku a dvou tmavých rovnoramenných pravoúhlých trojúhelníků. Výška lichoběžníku je 4 cm , jedna jeho základna měří 6 cm a obsah lichoběžníku je 32 cm^2 . Jaký je obsah šestiúhelníku ABCDEF? (Cermat Maturita 2016)

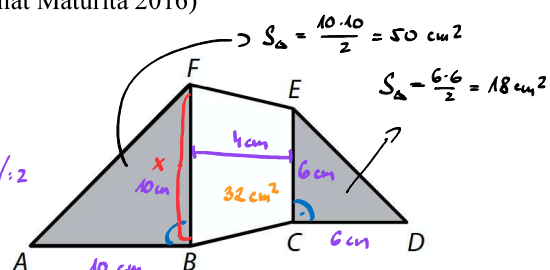
$$S = 32 \text{ cm}^2$$

$$S = \frac{(x+6) \cdot 4}{2}$$

$$32 = (x+6) \cdot 2 \quad | : 2$$

$$16 = x+6$$

$$10 = x$$



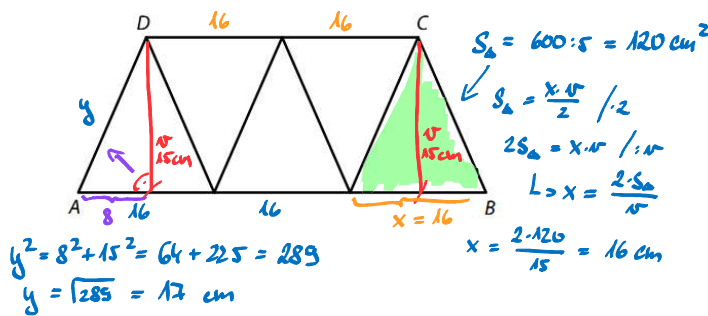
$$S = 50 + 32 + 18 = 100 \text{ cm}^2$$

O: Obsah šestiúhelníku je 100 cm^2

6) Lichoběžník ABCD se skládá z pěti shodných rovnoramenných trojúhelníků (viz obrázek).

Lichoběžník ABCD má obsah 600 cm^2 a výšku 15 cm .

Jaký je obvod lichoběžníku ABCD? (Cermat Maturita 2025)



$$S_{\Delta} = 600 : 5 = 120 \text{ cm}^2$$

$$S_{\Delta} = \frac{x \cdot v}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$2S_{\Delta} = x \cdot v \quad | : v$$

$$L = x = \frac{2 \cdot S_{\Delta}}{v}$$

$$x = \frac{2 \cdot 120}{15} = 16 \text{ cm}$$

$$y^2 = 8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289$$

$$y = \sqrt{289} = 17 \text{ cm}$$

$$\sigma = 5 \cdot 16 + 2 \cdot 17 = 80 + 34 = 114 \text{ cm}$$

Nástavbové úlohy na obsahy 2

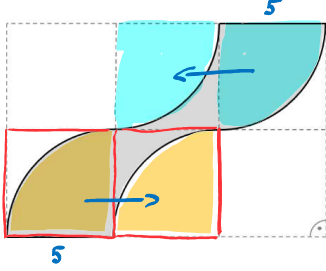
1) Šedý obrazec na obrázku je ohraničen čtyřmi čtvrtkružnicemi o poloměru 5 cm a stranami dvou čtverců. Vypočítej obsah a obvod obrazce. (Cermat Maturita 2024)

$$S = 2 \cdot S_0 = 2 \cdot 5^2 = 50 \text{ cm}^2$$

→ jedna celá kružnice

$$\sigma = \sigma_k + 5 + 5$$

$$\sigma = 2\pi r + 10 = 2 \cdot 3,14 \cdot 5 + 10$$

$$= 31,4 + 10 = 41,4 \text{ cm}$$


O: Obvod obrazce je 41,4 cm a obsah 50 cm².

2) Do čtverce o straně 10 cm jsou vepsány dva čtvrt kruhy, které mají střed v protějších vrcholech čtverce, dotýkají se v jednom bodě a mají stejný poloměr. Kolik procent tvoří modrá část obrázku?

$$S_0 = 10 \cdot 10 = 100 \text{ cm}^2$$

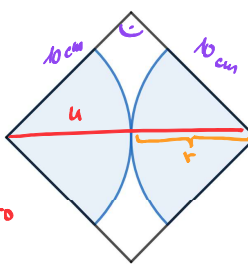
$$u^2 = 10^2 + 10^2 = 200$$

$$u = \sqrt{200} = 14,14$$

$$r = 7,07$$

Dva čtvrt kruhy → půl kruh

$$S = \frac{1}{2} S_0 = \frac{1}{2} \cdot \pi r^2 = \frac{1}{2} \cdot 3,14 \cdot 50$$

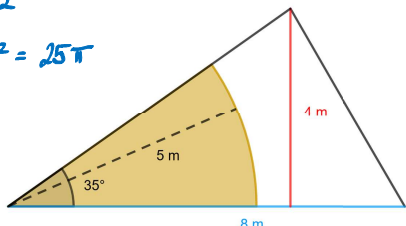
$$= 25\pi = 78,5 \text{ cm}^2$$


O: Modrá část tvoří 78,5%.

↑ 100 cm² ... 100% ↑
78,5 cm² ... x ↑
↳ x = 78,5%

3) Vypočítej kolik procent z trojúhelníku tvoří žlutá část?

$$S_{\Delta} = \frac{8 \cdot 4}{2} = 16 \text{ m}^2$$

$$S_0 = \pi r^2 = 25\pi$$


$$S_y = \frac{35}{360} \cdot 25\pi \approx 7,6 \text{ m}^2$$

↑ 100% ... 16 m² ↑
x % ... 7,6 m² ↑

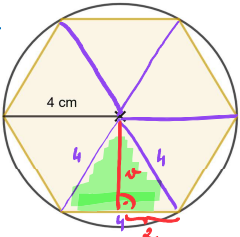
$$x = \frac{7,6}{16} \cdot 100 = 47,5\%$$

O: Žlutá část tvoří 47,5%.

4) Do kruhu je vepsán pravidelný šestiúhelník s délkou strany 4 cm. O kolik čtverečných centimetrů je obsah kruhu větší než obsah šestiúhelníku?

$$S_0 = \pi r^2 = 3,14 \cdot 4^2 = 50,24 \text{ cm}^2$$

$$S_{\Delta} = \frac{4 \cdot 3,46}{2} = 6,93 \text{ cm}^2$$

$$S_6 = 6 \cdot S_{\Delta} = 41,57 \text{ cm}^2$$


↑ 100% ... 50,24 ↑
x % ... 41,57 ↑

$$x = \frac{41,57}{50,24} \cdot 100 = 82,74\%$$

O: Šestiúhelník tvoří 82,74% kruhu.

$r^2 = 4^2 - 2^2 = 16 - 4 = 12$
 $r = 3,46 \text{ cm}$

5) Do kruhu je vepsán rovnostranný trojúhelník s délkou strany 10 cm. O kolik čtverečných centimetrů je obsah kruhu větší než obsah trojúhelníku?

$$r^2 = 10^2 - 5^2 = 100 - 25 = 75$$

$$r = \sqrt{75} = 8,66$$

$$S_{\Delta} = \frac{8,66 \cdot 10}{2} = 43,3 \text{ cm}^2$$

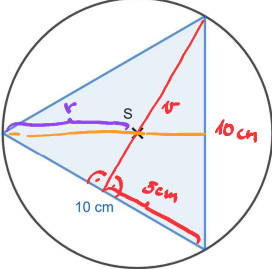
ROVNOSTRANNÝ → $r = \frac{1}{2}$
výška je i těžnice
s je těžnice

$$r = \frac{2}{3} \cdot r = 5,77 \text{ cm}$$

$$S_0 = \pi r^2 = 3,14 \cdot 5,77^2 = 104,54 \text{ cm}^2$$

$$S = 104,54 - 43,3 = 61,24 \text{ cm}^2$$

O: Kruh je o 61,24 cm² větší



6) V pravoúhlém trojúhelníku jsou sestrojeny tři kruhy. Každý má střed ve středu strany trojúhelníku. Největší kruh (bílý), překrývá dva menší (modré). Poloměr nejmenšího kruhu je 3 cm a poloměr bílého kruhu je 5 cm. Vypočítej obsah modré části.

$$x^2 = 100 - 36 = 64$$

$$x = 8 \text{ cm}$$

$$S_3 = \pi r^2 = 3,14 \cdot 5^2 = 78,5 \text{ cm}^2$$

↳ polovina = 39,25 cm²

$$S_{\Delta} = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24 \text{ cm}^2$$

Modré půlkruhy:

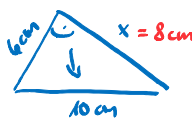
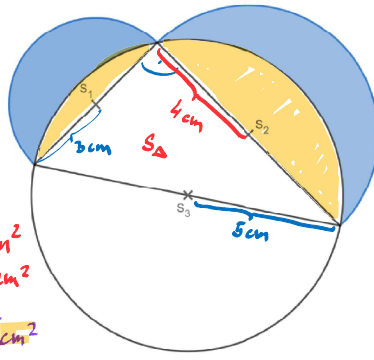
$$S_1 = \pi \cdot 3^2 = 9\pi$$

$$S_2 = \pi \cdot 4^2 = 16\pi$$

$$S_{1+2} = 25\pi = 78,5 \text{ cm}^2$$

Polovina 39,25 - 15,25 = 24 cm²

O: Obsah modré části je 24 cm²

Nástavbové úlohy na obsahy 3

1) Do půlkruhu je vepsán největší možný kruh. Kolik procent tvoří zelená část?

Klíč: celý kruh

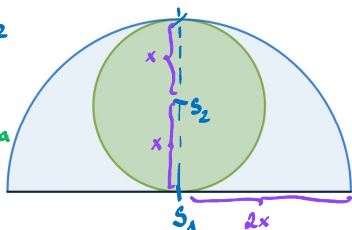
$$S_0 = \pi r^2 = \pi \cdot (2x)^2 = 4\pi x^2$$

Poloovina:

$$S_1 = 2\pi x^2$$

$$S_2 = \pi x^2 = \pi \cdot x^2$$

Poloovina



O: Zelená část tvoří 50%.

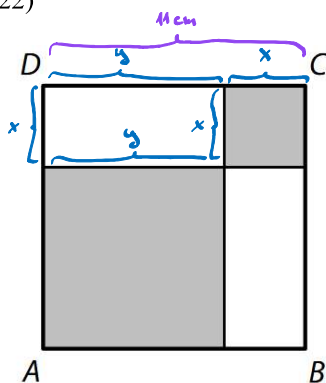
3) Čtverec ABCD je dvěma úsečkami rozdělen na dva menší tmavé čtverce a dva shodné bílé obdélníky. Obvod jednoho bílého obdélníku je 22 cm. Vypočítejte v cm^2 obsah čtverce ABCD. (Cermat Maturita 2022)

$$o = 2x + 2y$$

$$22 = 2x + 2y \quad / :2$$

$$11 = x + y$$

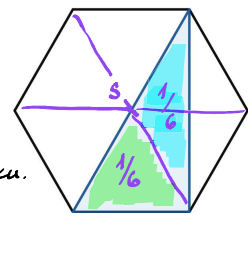
$$S_0 = 11^2 = 121 \text{ cm}^2$$



2) Vyjádři zlomkem jak velkou část pravidelného šestiúhelníku tvoří modrá část?

O: Modrá část

tvoří $1/3$ šestiúhelníku.

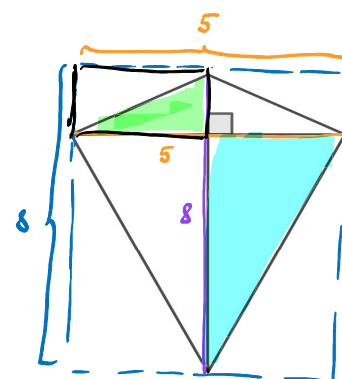


4) Vypočítej obsah čtyřúhelníku (deltoid), který má na sebe kolmé úhlopříčky s rozměry 8 cm a 5 cm.

$$S_{\text{d}} = 8 \cdot 5 = 40 \text{ cm}^2$$

$$S_0 = 20 \text{ cm}^2$$

O: Obsah deltoidu je 20 cm^2 .



5) Lichoběžník ABCD se základnou AB se skládá z trojúhelníku AED a rovnoběžníku EB CD. Obsah rovnoběžníku EB CD je šestkrát větší než obsah trojúhelníku AED. Určete, kolikrát je základna AB lichoběžníku delší než úsečka AE. (Cermat Maturita 2021)

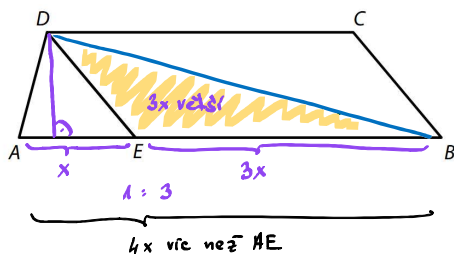
1. způsob

$$S_{\text{d}} = \frac{x \cdot v}{2}$$

$$S_{\text{r}} = a \cdot v$$

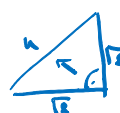
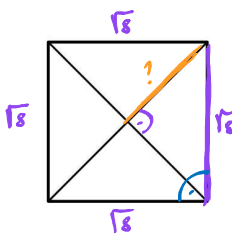
$$6 \cdot \frac{x \cdot v}{2} = a \cdot v \quad / : v$$

$$3x = a$$



O: 4x více

6) Čtverec o straně délky $\sqrt{8}$ cm je rozdělen na čtyři shodné rovnoramenné trojúhelníky. Z těchto čtyř trojúhelníků je sestaven zobrazený kosodélník. Vypočítejte, o kolik cm se liší obvod kosodélníku a čtverce.

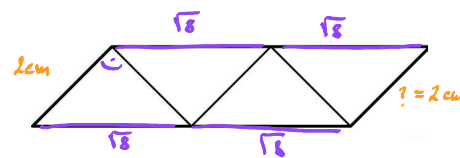


$$(\sqrt{8})^2$$

$$u^2 = 8 + 8 = 16$$

$$u = 4 \text{ cm}$$

O: Liší se o 4 cm.



Podobnost trojúhelníku 1 – opakování poměrů

1) Trám ze syrového dřeva váží 90 kg. Počítá se, že vyschnutím se jeho hmotnost zmenší v poměru 5 : 6. Kolik kilogramů bude trám vážit po vyschnutí?

$$90 \cdot \frac{5}{6} = 75 \text{ kg}$$

O: 75 kg

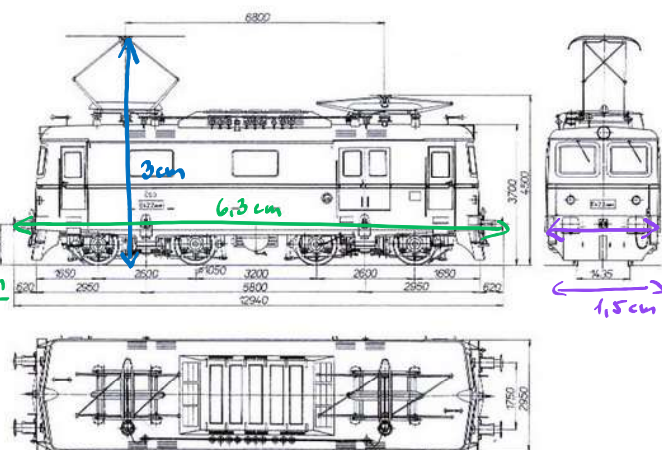
3) Urči měřítko technického výkresu, kde 3 mm ve skutečnosti jsou znázorněny úsečkou 1,5 cm.

$$\frac{15}{3} = 5$$

O: Měřítko technického výkresu je 5:1

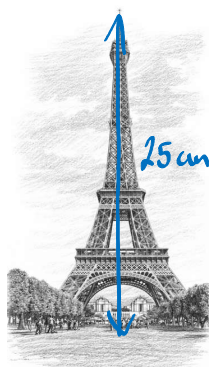
5) Změř a vypočítej skutečnou výšku, šířku a délku lokomotivy.

$$\begin{aligned} \frac{1}{200} & \quad \text{délka: } 2 \text{ m} \\ n_1 &= 3 \text{ cm} \\ r_2 &= 3 \cdot 200 = 600 = \underline{\underline{6 \text{ m}}} \\ d_1 &= 6,3 \text{ cm} \\ d_2 &= 6,3 \cdot 200 = 1260 = \underline{\underline{12,6 \text{ m}}} \\ \hat{d}_1 &= 1,5 \text{ cm} \\ \hat{d}_2 &= 1,5 \cdot 200 = 300 \text{ cm} \\ &= \underline{\underline{3 \text{ m}}} \end{aligned}$$



1: 200

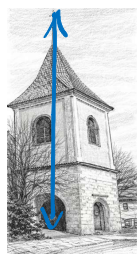
6) Lukáš má doma nákresy významných budov. Urči jejich skutečnou výšku. U každého nákresu je napsaná jeho výška a poměr, ve kterém je zmenšený.



25 cm

1: 1200

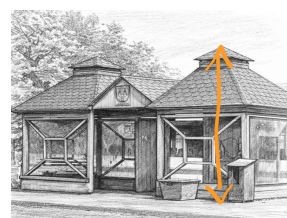
$$25 \cdot 1200 = 30\,000 = \underline{\underline{300 \text{ m}}}$$



12 cm

1: 150

$$12 \cdot 150 = 1800 \text{ cm} = \underline{\underline{18 \text{ m}}}$$



4 cm

1: 80

$$4 \cdot 80 = 320 \text{ cm} = \underline{\underline{3,2 \text{ m}}}$$

Podobnost trojúhelníku 2 – Věta SSS

$$\triangle ABC \sim \triangle DEF$$

1) Jsou dány dva trojúhelníky $\triangle ABC$ a $\triangle DEF$.

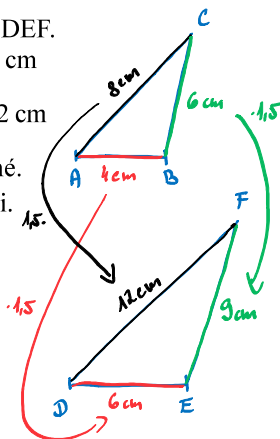
- $|AB| = 4 \text{ cm}$, $|BC| = 6 \text{ cm}$, $|AC| = 8 \text{ cm}$
- $|DE| = 6 \text{ cm}$, $|EF| = 9 \text{ cm}$, $|DF| = 12 \text{ cm}$

- a) Rozhodni, zda jsou trojúhelníky podobné.
b) Pokud ano, určete koeficient podobnosti.

$$k = \frac{|DE|}{|AB|} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1,5$$

NORMA: DO ČÍTELE DÁME VĚDY
TU VĚTŠÍ STRANU

O: Ano, jsou podobné; $k = 1,5$



3) Trojúhelníky $\triangle KLM$ a $\triangle PQR$ jsou podobné.

- $|KL| = 5 \text{ cm}$, $|LM| = 7 \text{ cm}$, $|KM| = 9 \text{ cm}$
- $|PQ| = 10 \text{ cm}$, $|QR| = x$, $|PR| = 18 \text{ cm}$

2x: $3 \cdot 2 = 18 \checkmark$

Urči délku úsečky $|QR|$.

$$k = \frac{|PQ|}{|KL|} = \frac{10}{5} = 2$$

$$|QR| = k \cdot |LM| = 2 \cdot 7 = 14 \text{ cm}$$

O: $|QR| = 14 \text{ cm}$

5) Model trojúhelníku má délky stran:

- $|AB| = 6 \text{ cm}$, $|BC| = 8 \text{ cm}$, $|AC| = 10 \text{ cm}$

Skutečný trojúhelník je s tímto modelem podobný a jeho nejkratší strana má délku 15 cm. Urči délky zbývajících stran skutečného trojúhelníku.

$$k = \frac{15}{6} = \frac{5}{2} = 2,5 \times$$

$$L > 2,5 \cdot 8 = 20 \text{ cm}$$

$$2,5 \cdot 10 = 25 \text{ cm}$$

O: Strany Δ jsou 15 cm; 20 cm; 25 cm.

6) Dva trojúhelníky jsou podobné podle věty SSS v poměru 3 : 5. Obvod menšího trojúhelníku je 24 cm. Urči obvod většího trojúhelníku.

$$k = \frac{5}{3} \leftarrow \text{menší trojúhelník}$$

$$O_v = \frac{5}{3} \cdot O_m = \frac{5}{3} \cdot 24 = 40 \text{ cm}$$

O: Obvod je 40 cm.

2) Jsou dány trojúhelníky $\triangle ABC$ a $\triangle KLM$.

- $|AB| = 7 \text{ cm}$, $|BC| = 14 \text{ cm}$, $|AC| = 21 \text{ cm}$
- $|KL| = 5 \text{ cm}$, $|LM| = 10 \text{ cm}$, $|KM| = 15 \text{ cm}$

$$L \rightarrow k = \frac{|AB|}{|KL|} = \frac{7}{5}$$

- a) Rozhodni, zda jsou trojúhelníky $\triangle ABC$ a $\triangle KLM$ podobné.
b) Pokud ano, určete koeficient podobnosti.

$$k = \frac{|BC|}{|LM|} \rightarrow |BC| = k \cdot |LM| \quad |AC| = k \cdot |KM|$$

$$14 = \frac{7}{5} \cdot 10 \quad 21 = \frac{7}{5} \cdot 15$$

O: Ano, jsou podobné; $k = \frac{7}{5}$

4) Rozhodni, které z následujících dvojic trojúhelníků jsou podobné podle věty SSS.

? NIKDE NEJÍ PSÁNO, ŽE $AB \sim DE$, ALE JSOU TO NEJMENŠÍ STRANY. !

a)

- $|AB| = 3 \text{ cm}$, $|BC| = 4 \text{ cm}$, $|AC| = 5 \text{ cm}$
- $|DE| = 4,5 \text{ cm}$, $|EF| = 6 \text{ cm}$, $|DF| = 8 \text{ cm}$

$$|DF| = k \cdot |AC|$$

$$8 \neq 1,5 \cdot 5$$

$$k = \frac{|DE|}{|AB|} = \frac{4,5}{3} = \frac{45}{30} = \frac{15}{10} = 1,5$$

$$|EF| = k \cdot |BC|$$

$$6 = 1,5 \cdot 4 \checkmark$$

b)

O: NEJSOU PODOBNÉ

- $|AB| = 4 \text{ cm}$, $|BC| = 6 \text{ cm}$, $|AC| = 9 \text{ cm}$
- $|DE| = 8 \text{ cm}$, $|EF| = 14 \text{ cm}$, $|DF| = 18 \text{ cm}$

$$k = \frac{|DE|}{|AB|} = \frac{8}{4} = 2$$

$$|EF| = k \cdot |BC|$$

$$14 \neq 2 \cdot 6$$

O: NEJSOU PODOBNÉ

c)

- $|AB| = 5 \text{ cm}$, $|BC| = 7 \text{ cm}$, $|AC| = 9 \text{ cm}$
- $|DE| = 12,5 \text{ cm}$, $|EF| = 17,5 \text{ cm}$, $|DF| = 22,5 \text{ cm}$

$$k = \frac{|DE|}{|AB|} = \frac{12,5}{5} = \frac{25}{10} = 2,5$$

$$|EF| = 2,5 \cdot |BC|$$

$$17,5 = 2,5 \cdot 7 \checkmark$$

$$|DF| = k \cdot |AC|$$

$$22,5 = 2,5 \cdot 9 \checkmark$$

O: Jsou podobné

7) Jsou dány dva trojúhelníky. První trojúhelník má délky stran:

$$|AB| = 9 \text{ cm}, |BC| = 12 \text{ cm}, |AC| = 15 \text{ cm}$$

Druhý trojúhelník má obvod 72 cm a je s prvním trojúhelníkem podobný podle věty SSS. Urči délky stran druhého trojúhelníku.

$$O = 9 + 12 + 15 = 36 \text{ cm}$$

$$O_2 = 72 \text{ cm}$$

$$k = \frac{72}{36} = 2$$

$$2 \cdot 9 = 18 \text{ cm}$$

$$2 \cdot 12 = 24 \text{ cm}$$

$$2 \cdot 15 = 30 \text{ cm}$$

$$|AB| : |BC| : |AC|$$

$$9 : 12 : 15$$

$$9 + 12 + 15 = 36$$

$$72 : 36 = 2$$

$$2 \cdot 9 = 18 \text{ cm}$$

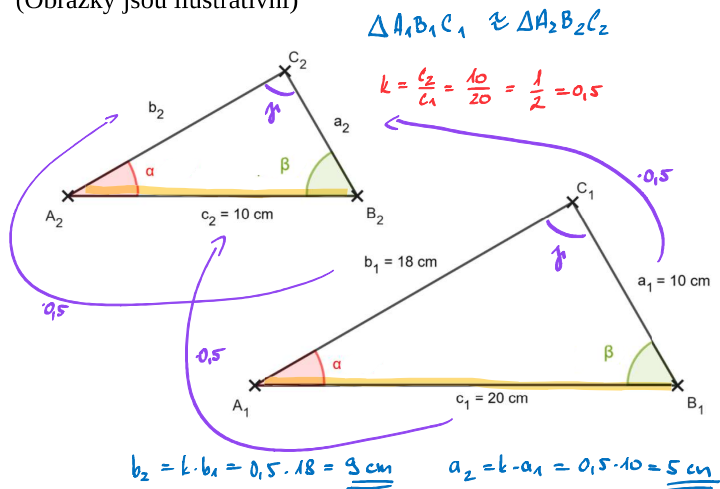
$$2 \cdot 12 = 24 \text{ cm}$$

$$2 \cdot 15 = 30 \text{ cm}$$

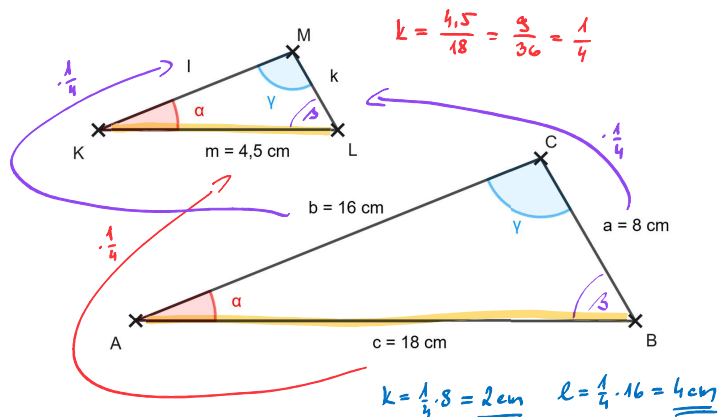
O: Nový trojúhelník má délky 18 cm; 24 cm a 30 cm.

Podobnost trojúhelníku 3 – věta UU

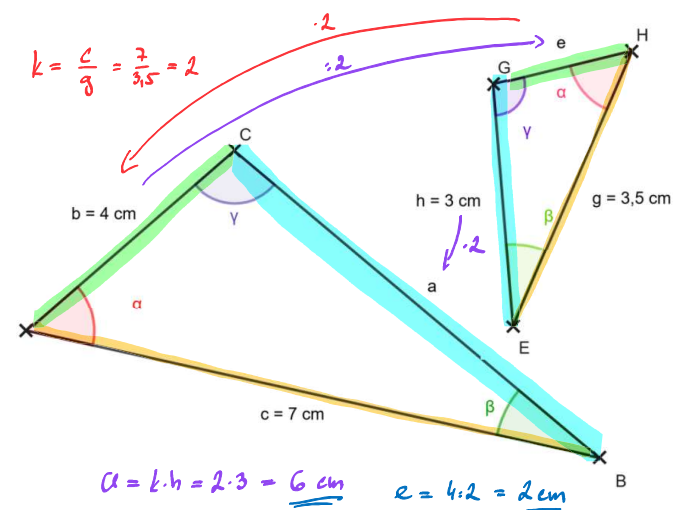
1) Dopočítej délku zbývajících stran trojúhelníku.
(Obrázky jsou ilustrativní)



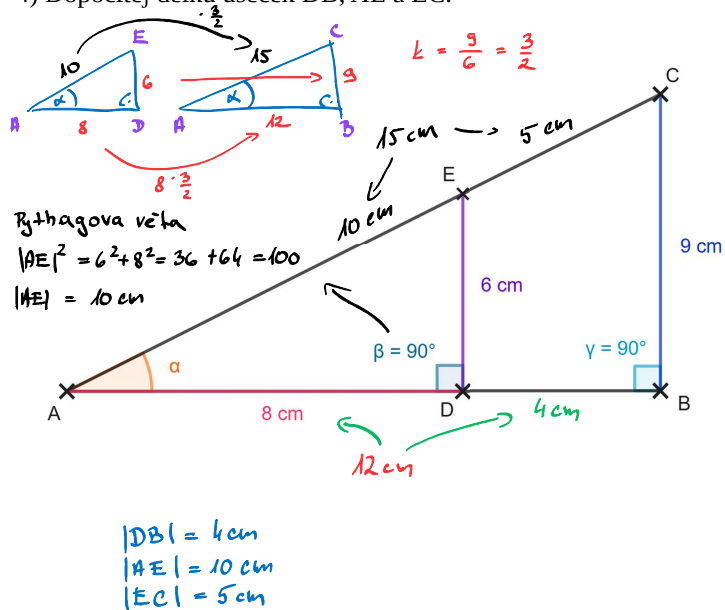
2) Dopočítej délku zbývajících stran trojúhelníku.
(Obrázky jsou ilustrativní)



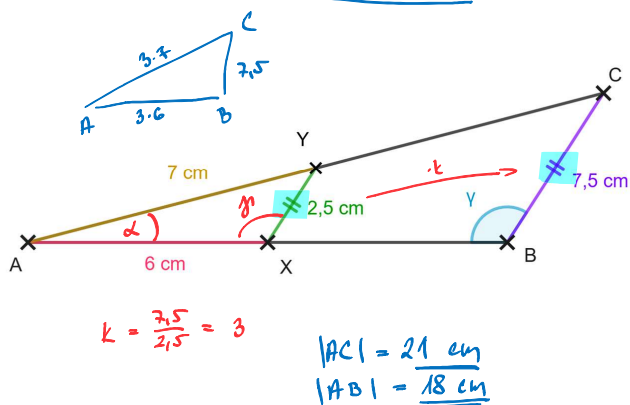
3) Dopočítej délky chybějících stran.



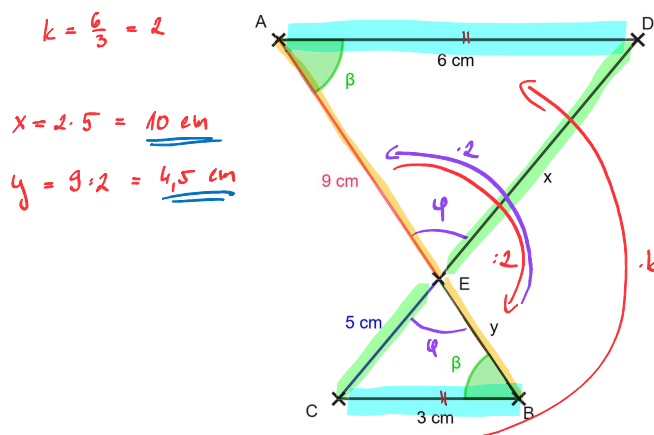
4) Dopočítej délku úseček DB, AE a EC.



5) Dopočítej délky stran trojúhelníku ABC.

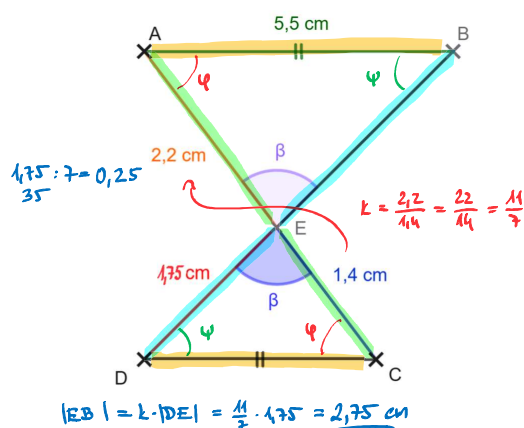


6) Dopočítej délku úseček x a y.



Podobnost trojúhelníku 4

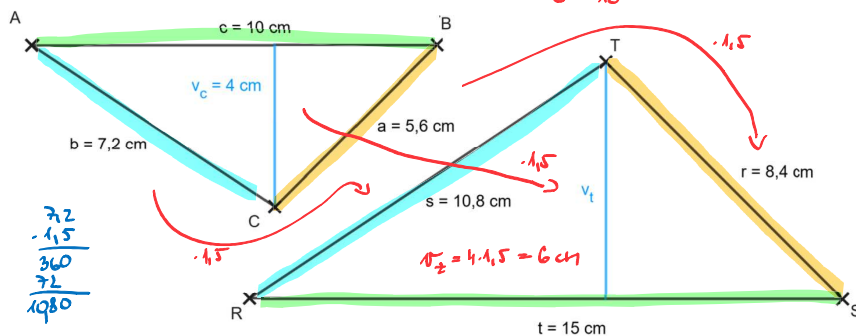
- 1) Dopočítej dĺžku úsečiek: EB, DC.



$$\textcircled{1} |CD| = |AB| \cdot k = 5,5 \cdot \frac{11}{7} = 5,5 \cdot \frac{2}{1} = 0,5 \cdot 2 = 3,5 \text{ cm}$$

(b) $k_2 = \frac{14}{22} = \frac{7}{11}$ $k_{21} = k_2 \cdot 148 \rightarrow$

- 3) Ověř podobnost trojúhelníku RST a XYZ (věta sss) a na základě podobnosti vypočítej obsah trojúhelníku RST.



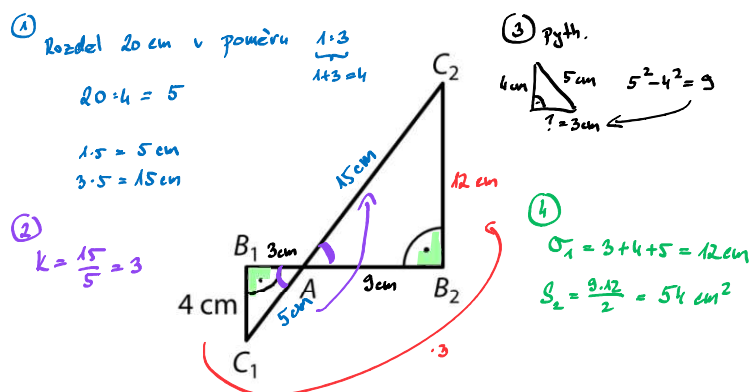
$$S_{\Delta} = \frac{1 \cdot 15}{2} = \frac{15 \cdot 6}{2} = \underline{45 \text{ cm}^2}$$

$$\begin{array}{r} 516 \\ \cdot 1,5 \\ \hline 280 \\ 56 \\ \hline 840 \end{array}$$

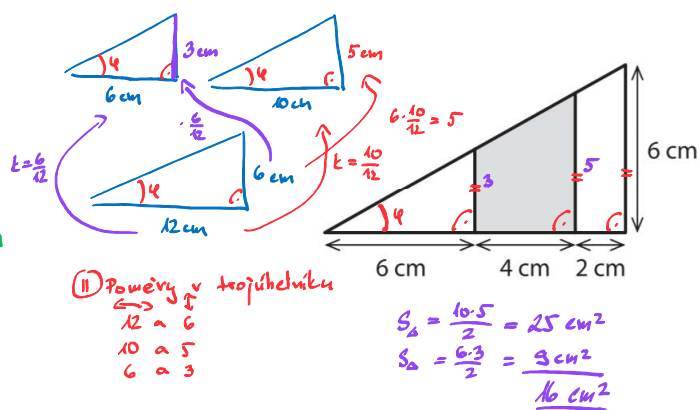
$$r = k \cdot a = 1,5 \cdot 5,6 = 8,4 \text{ cm} \quad \checkmark \quad s = k \cdot b = 1,5 \cdot 7,2 = 10,8 \text{ cm} \quad \checkmark$$

$$\triangle ABC \cong \triangle RST$$

- 4) Poměr $|AC_1| : |AC_2|$ je 1:3. $|C_1C_2| = 20$ cm. Další údaje jsou uvedeny v obrázku. Vypočítejte obvod trojúhelníku AB_1C_1 a obsah trojúhelníku AB_2C_2 . (Cermat)



- 5) Pravoúhlý trojúhelník s odvěsnami délek 12 cm a 6 cm je dvěma úsečkami rovnoběžnými s kratší odvěsnou rozdělen na tři rovinné útvary. Jaký je obsah šedé části? (Cermat)



Podobnost trojúhelníku 5

1) Žaneta si naměřila úhly u pyramid v Gíze a vytvořila si náčrtek. Dočetla se, že výška pyramidy je 145 m. Urči měřítko jejího náčrtku, skutečnou šířku pyramidy (hodnota $\bar{s}$) a stěnovou výšku (hodnota d)

$$2,9 \text{ cm} : 145 \text{ m}$$

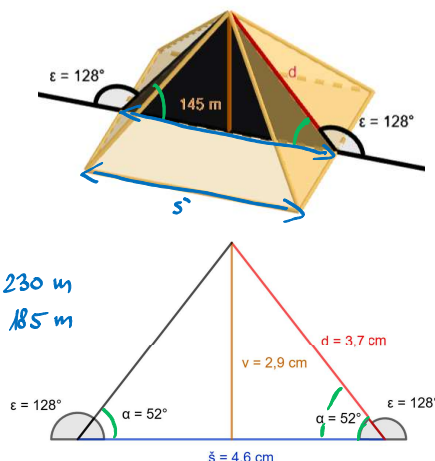
$$29 \text{ mm} : 145\,000 \text{ mm}$$

$$1 : 5000$$

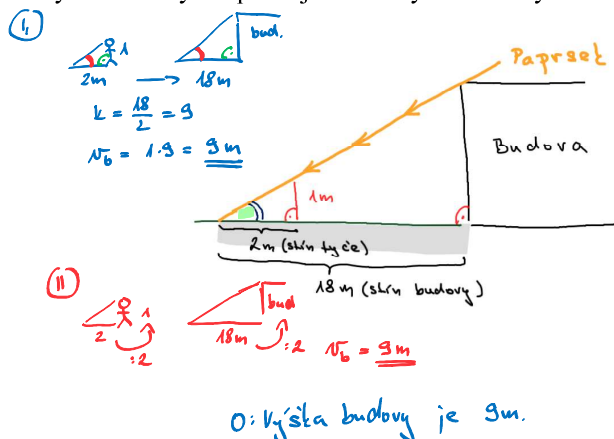
$$k = \frac{145\,000}{29} = 5000$$

$$\bar{s} = 4,6 \cdot 5000 = 23\,000 \text{ cm} = 230 \text{ m}$$

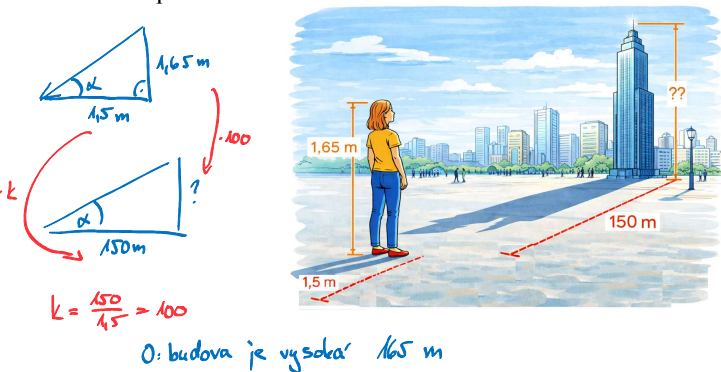
$$d = 3,7 \cdot 5000 = 18\,500 \text{ cm} = 185 \text{ m}$$



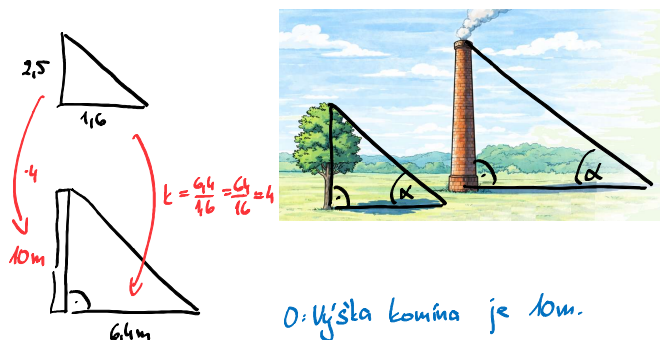
2) Ella chce změřit výšku budovy. Využije k tomu stín. Podle obrázku postaví metrovou tyč kolmo k zemi, tak aby se konec stínu tyče shodoval s koncem stínu budovy a změří délku stínu tyče i budovy. Dopačítej za Ellu výšku budovy.



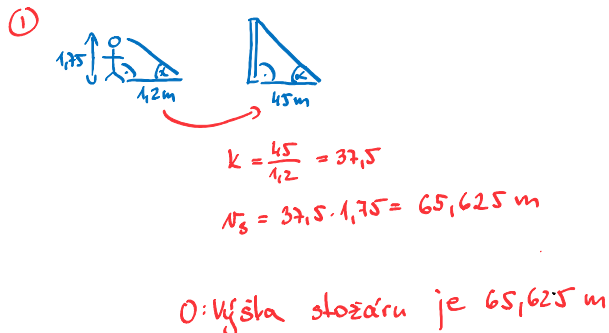
3) Na náměstí v Nehvizdách si Gabriela všimne mrakodrapu, jehož stín je dlouhý 150 m. Ve stejnou chvíli Gabriely stín měří 1,5 m a Gabriela je vysoká 1,65 m. Jak vysoký je mrakodrap?



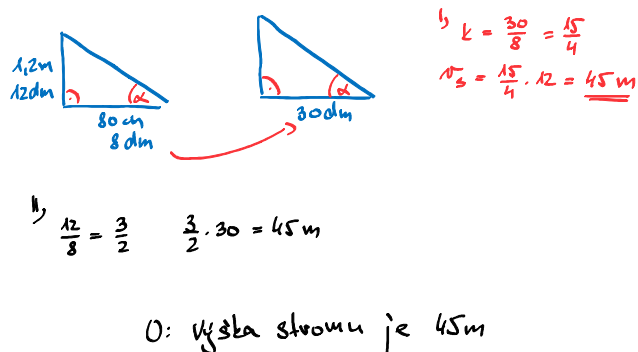
4) Vypočítejte výšku komínu, jestliže vedle komínu roste stromek, který je vysoký 2,5 m a vrhá stín 1,6 m. Komín vrhá stín dlouhý 6,4 m.



5) Na pláži Lukáš měří výšku stožáru pomocí stínu. Stožár vrhá stín dlouhý 45 m, zatímco Lukášův stín měří 1,2 m. Lukáš je vysoký 1,75 m. Jak vysoký je stožár?

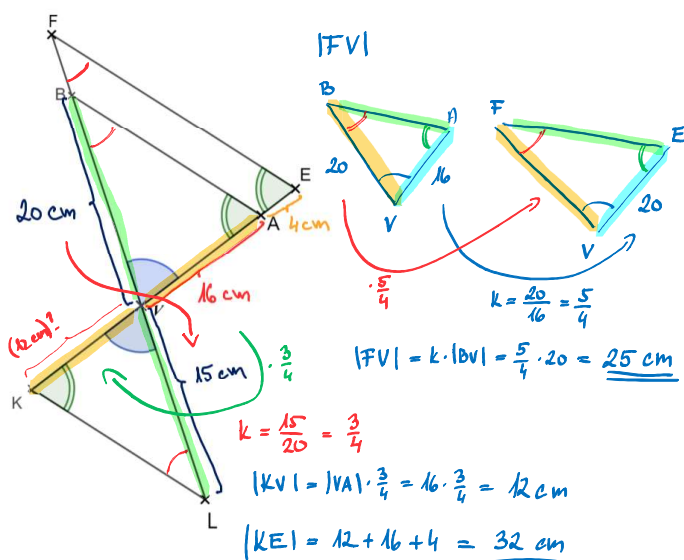


6) Tyč dlouhá 1,2 m vrhá stín 80 cm. Jak vysoký je strom, který vrhá stín 3 m?

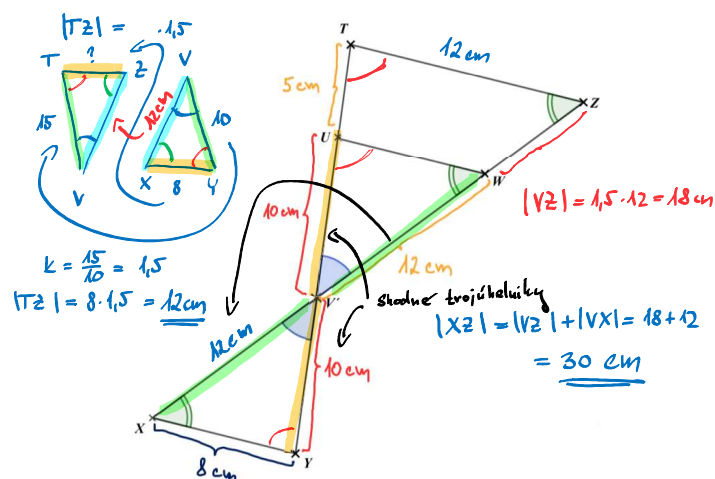


Podobnost trojúhelníku 6

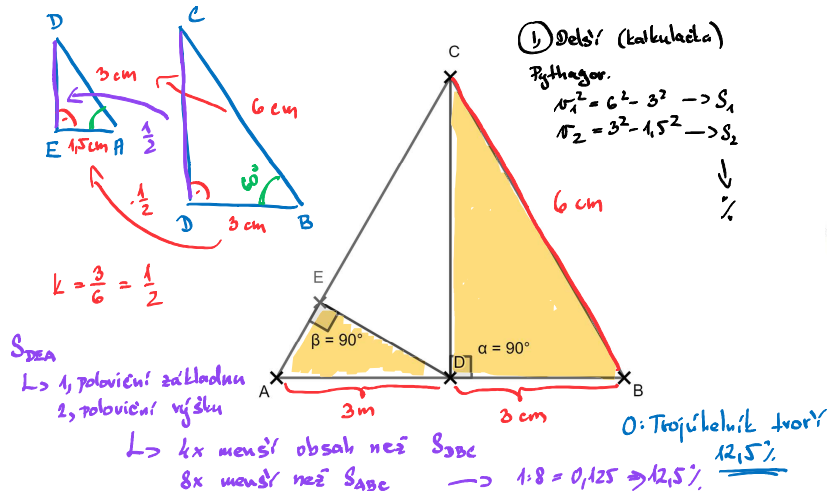
1) Dopačítej délky úseček FV a KE. Úhly stejné barvy mají stejnou velikost. (Obrázky jsou ilustrativní)



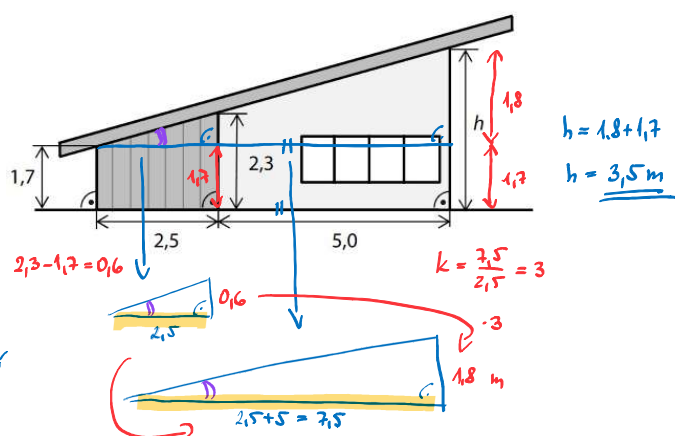
2) Dopačítej délky úseček TZ a XZ. Úhly stejné barvy mají stejnou velikost. (Obrázky jsou ilustrativní)



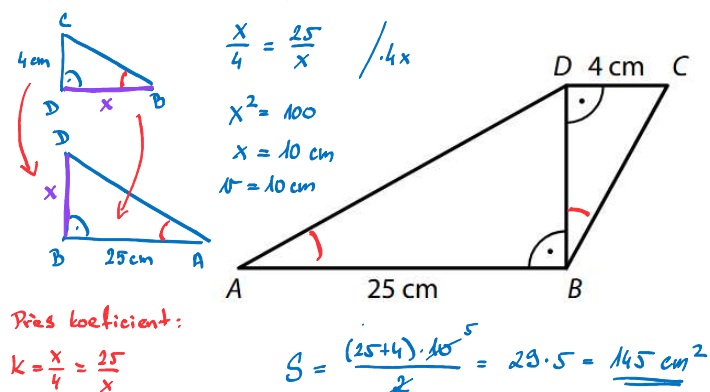
3) Rovnostranný trojúhelník ABC má délku strany 6 cm. Kolik procent z jeho plochy tvoří trojúhelník ADE.



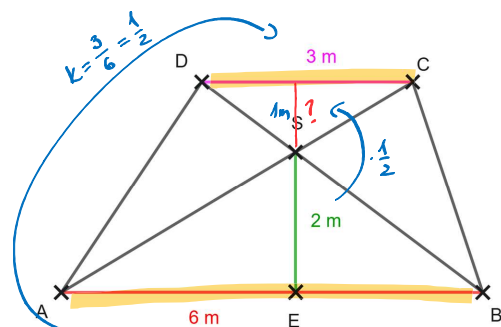
4) Jaká je výška h ? Všechny údaje jsou v metrech. (Cermat Maturita 2018)



5) V lichoběžníku ABCD mají základny AB a CD délky 25 cm a 4 cm. Úhlopříčka BD je současně výškou lichoběžníku a rozděluje ho na dva trojúhelníky, které jsou podobné. Vypočítej v cm^2 obsah lichoběžníku ABCD. (Cermat Maturita 2021)

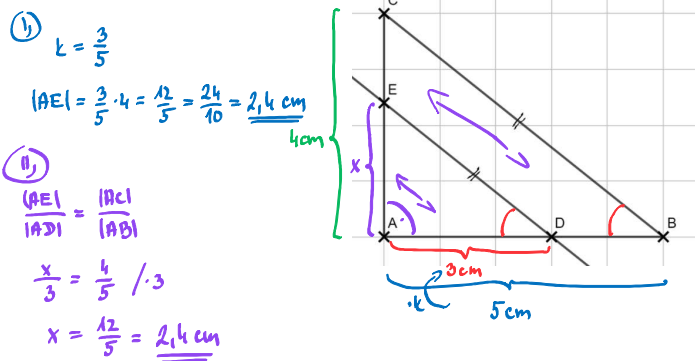


6) V lichoběžníku mají základny délku 6 m a 3 m a velikost $|SE| = 2 \text{ m}$. Vypočítej obsah lichoběžníku.

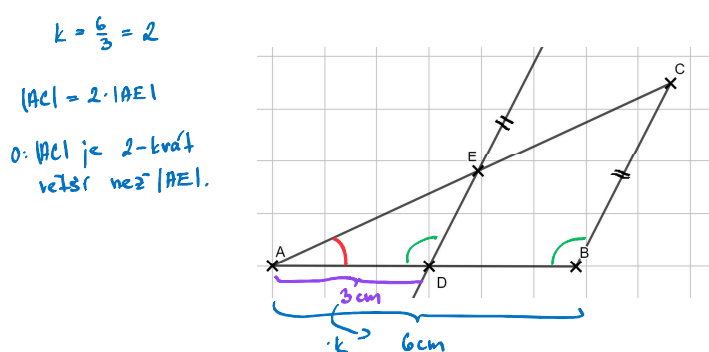


Podobnost trojúhelníku 7

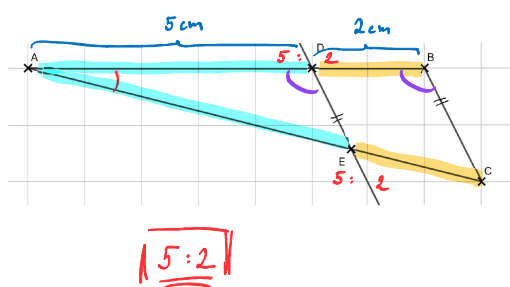
1) Jeden čtvereček čtvercové sítě má délku strany jeden centimetr. Jak dlouhá musí být úsečka $|AE|$? Příklad řeš početně.



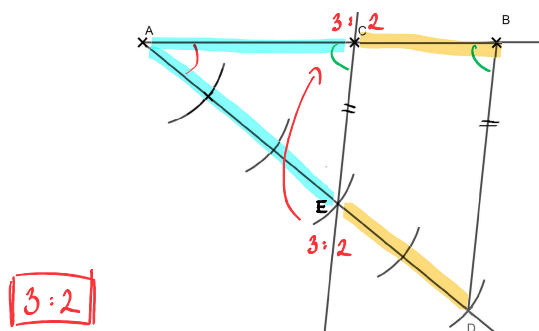
3) Jeden čtvereček čtvercové sítě má délku strany jeden centimetr. Kolikrát je větší $|AC|$ než $|AE|$? Příklad řeš početně.



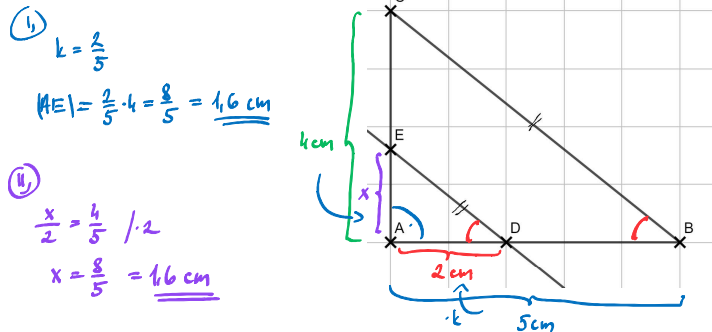
5) V jakém poměru rozděluje bod E úsečku AC?



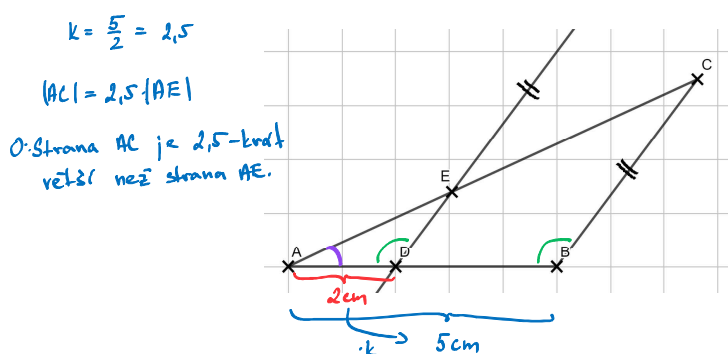
7) V jakém poměru rozděluje bod C úsečku AB? Úsečka AD je rozdělena na pět stejných částí.



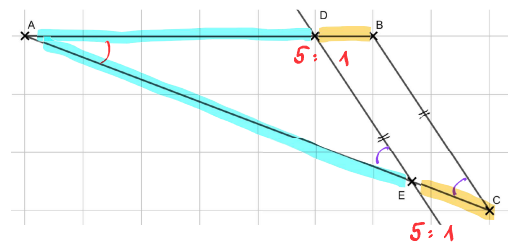
2) Jeden čtvereček čtvercové sítě má délku strany jeden centimetr. Jak dlouhá musí být úsečka $|AE|$? Příklad řeš početně.



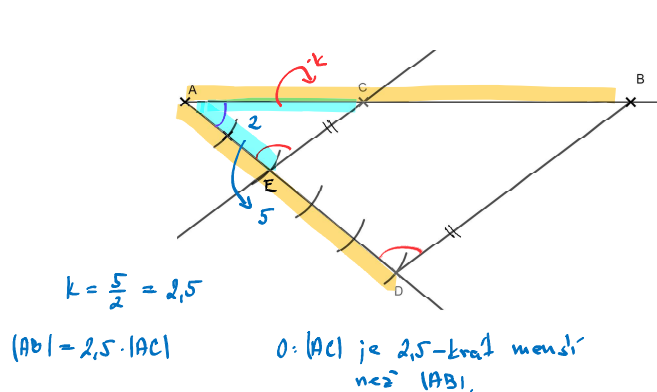
4) Jeden čtvereček čtvercové sítě má délku strany jeden centimetr. Kolikrát je větší $|AC|$ než $|AE|$? Příklad řeš početně.



6) V jakém poměru rozděluje bod E úsečku AC?

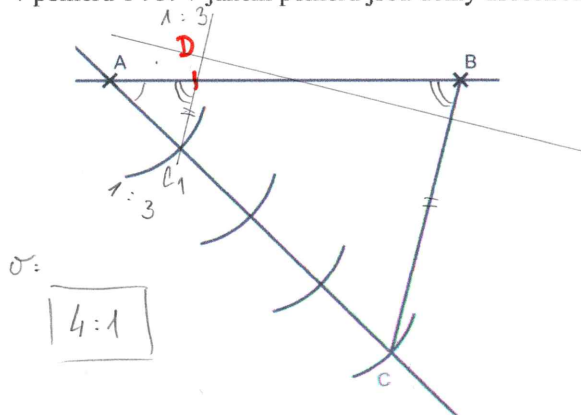


8) Kolikrát je menší $|AC|$ než $|AB|$? Úsečka AD je rozdělena na pět stejných částí.

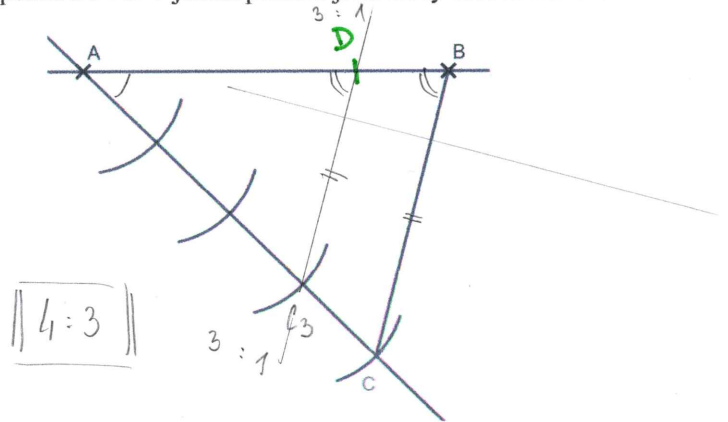


Podobnost trojúhelníku 8
Následující úlohy řeš graficky

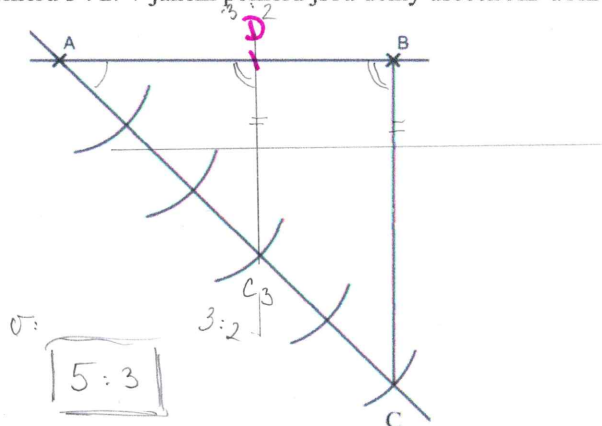
1) Úsečka AC je rozdělena na čtyři stejné části.
Sestroj takový bod D. Aby rozděloval úsečku AB
v poměru 1 : 3. V jakém poměru jsou délky úseček AB a AD?



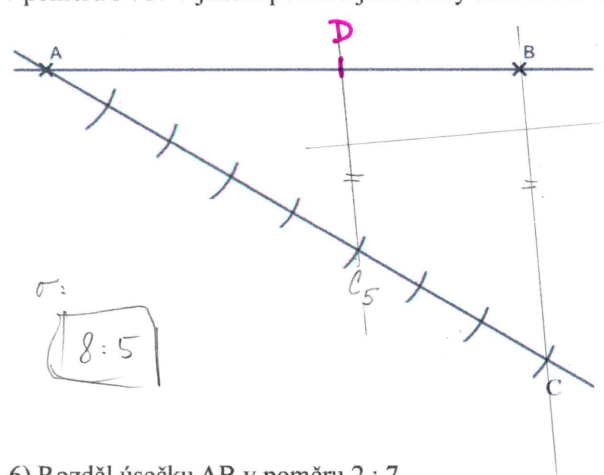
2) Úsečka AC je rozdělena na čtyři stejné části.
Sestroj takový bod D. Aby rozděloval úsečku AB
v poměru 3 : 1. V jakém poměru jsou délky úseček AB a AD?



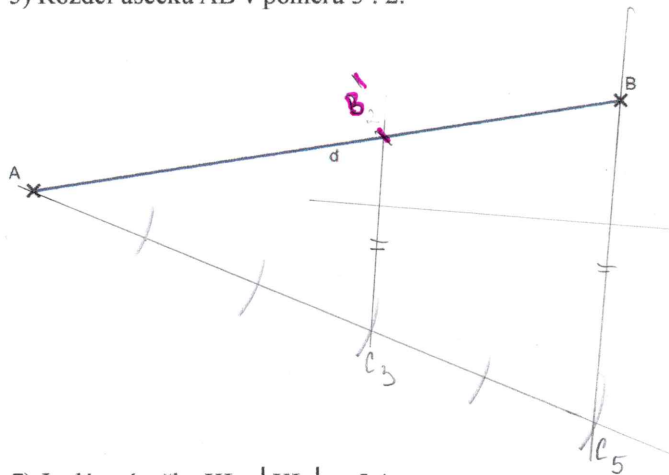
3) Úsečka AC je rozdělena na pět stejných částí.
Sestroj takový bod D. Aby rozděloval úsečku AB
v poměru 3 : 2. V jakém poměru jsou délky úseček AB a AD?



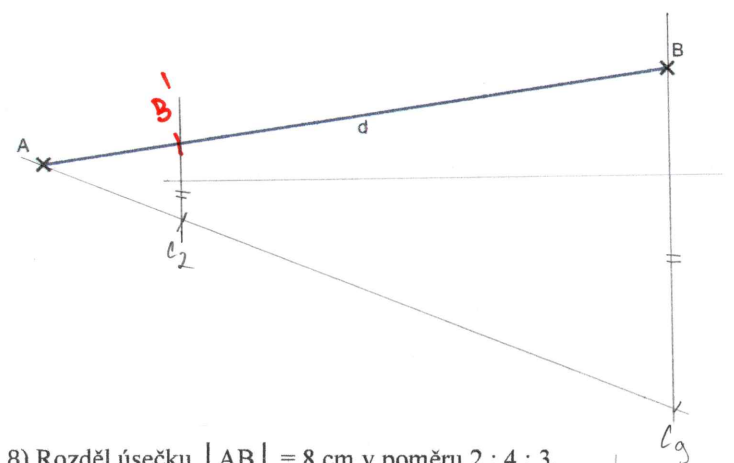
4) Úsečka AC je rozdělena na osm stejných částí.
Sestroj takový bod D. Aby rozděloval úsečku AB
v poměru 5 : 3. V jakém poměru jsou délky úseček AB a AD?



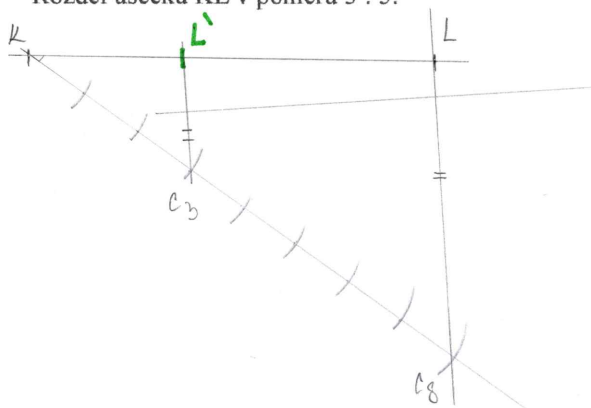
5) Rozděl úsečku AB v poměru 3 : 2.



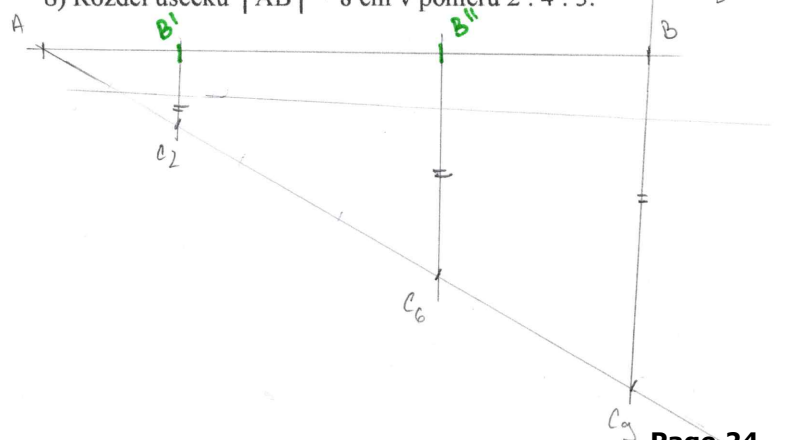
6) Rozděl úsečku AB v poměru 2 : 7.



7) Je dána úsečka KL, $|KL| = 5,4$ cm
Rozděl úsečku KL v poměru 3 : 5.



8) Rozděl úsečku $|AB| = 8$ cm v poměru 2 : 4 : 3.

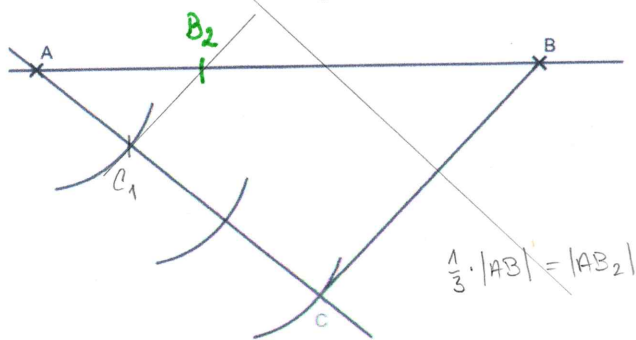


Podobnost trojúhelníku 9

Následující úlohy řeš graficky

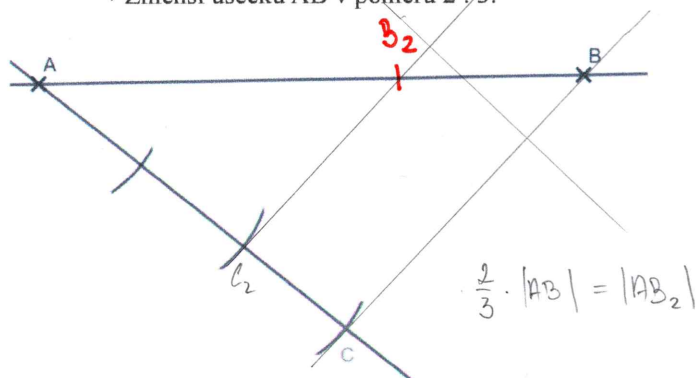
1) Úsečka AC je rozdělena na tři stejné části. Urči bod B_2 tak, aby délka úsečky AB_2 byla rovna jedné třetině délky úsečky AB.

→ Zmenši úsečku v poměru 1 : 3.



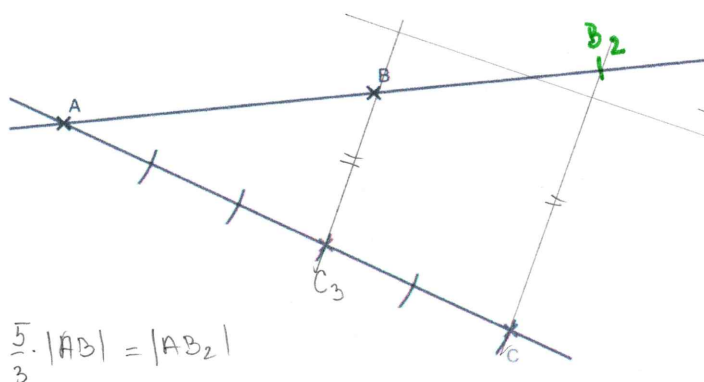
2) Úsečka AC je rozdělena na tři stejné části. Urči bod B_2 tak, aby délka úsečky AB_2 byla rovna dvěma třetinám délky úsečky AB.

→ Zmenši úsečku AB v poměru 2 : 3.

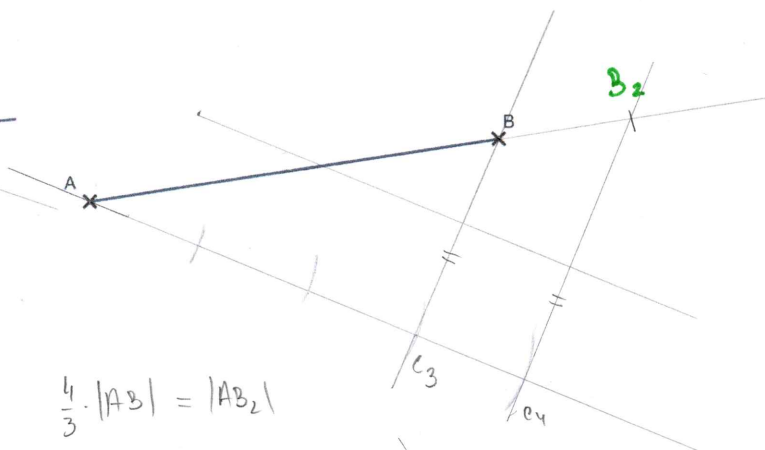


3) Úsečka AC je rozdělena na pět stejných částí. Urči bod D tak, aby délka úsečky AD byla rovna pěti třetinám délky úsečky AB.

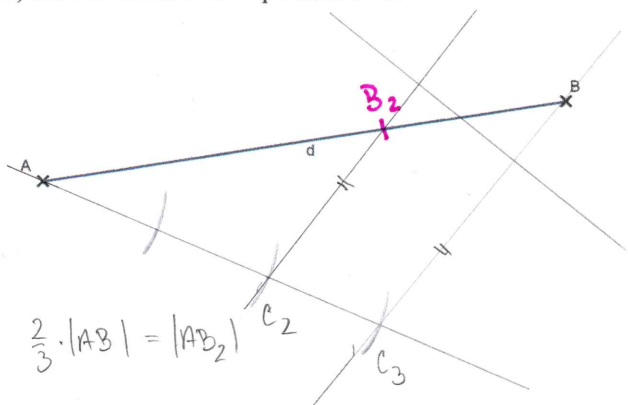
→ Zvětši úsečku AB v poměru 5 : 3.



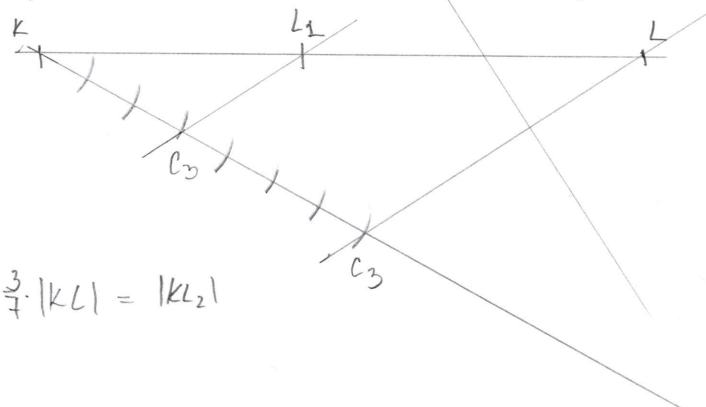
4) Zvětši úsečku AB v poměru 4 : 3.



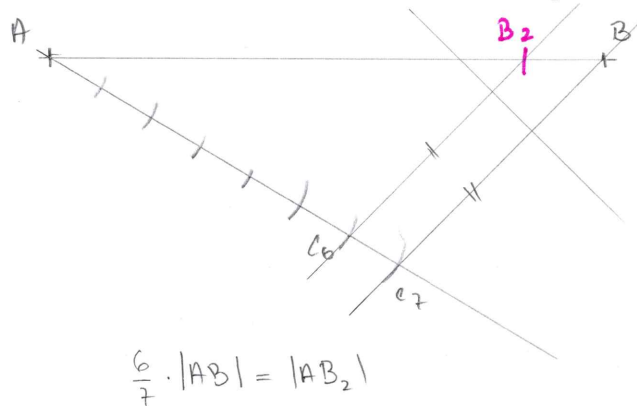
5) Zmenši úsečku AB v poměru 2 : 3.



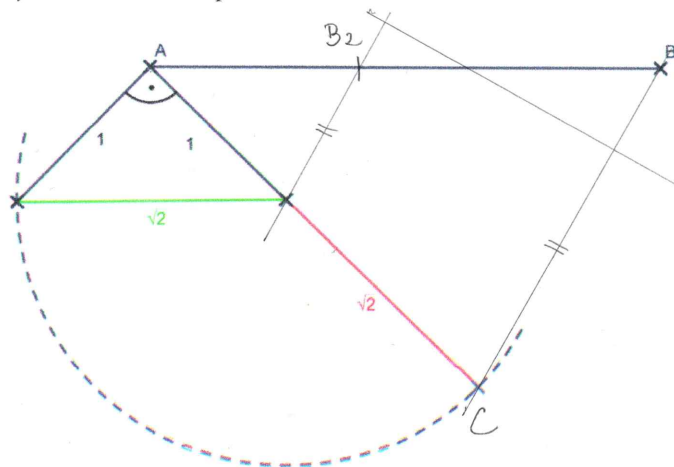
6) Mám úsečku KL dlouhou 8 cm. Zmenši úsečku v poměru 3 : 7.



7) Mám úsečku dlouhou 7,3 cm. Zmenši úsečku v poměru 6 : 7.



8) Rozděl úsečku v poměru $1 : \sqrt{2}$.



Opakování objemů 1 – Převody objemu

1) Převod na mililitry (cm³) = [ml]

$$10 \text{ cl} = 100 \text{ cm}^3$$

$$12 \text{ dl} = 1200 \text{ cm}^3$$

$$0,32 \text{ cl} = 3,2 \text{ cm}^3$$

$$2,5 \text{ dm}^3 = 2500 \text{ cm}^3$$

$$0,09 \text{ dl} = 9 \text{ cm}^3$$

$$0,14 \text{ dl} = 14 \text{ cm}^3$$

$$7,8 \text{ dl} = 780 \text{ cm}^3$$

$$0,6 \text{ dm}^3 = 600 \text{ cm}^3$$

$$100 \text{ mm}^3 = 0,1 \text{ cm}^3$$

$$530 \text{ cl} = 5300 \text{ cm}^3$$

$$0,05 \text{ l} = 50 \text{ cm}^3$$

$$0,2 \text{ l} = 200 \text{ cm}^3$$

$$1,2 \text{ cl} = 12 \text{ cm}^3$$

$$2,5 \text{ l} = 2500 \text{ cm}^3$$

$$0,003 \text{ l} = 3 \text{ cm}^3$$

$$1200 \text{ mm}^3 = 1,2 \text{ cm}^3$$

2) Převod na cl

$$320 \text{ ml} = 32 \text{ cl}$$

$$1,5 \text{ l} = 150 \text{ cl}$$

$$35 \text{ cm}^3 = 3,5 \text{ cl}$$

$$0,04 \text{ dl} = 0,4 \text{ cl}$$

$$0,8 \text{ dm}^3 = 80 \text{ cl}$$

$$0,24 \text{ dm}^3 = 24 \text{ cl}$$

$$0,038 \text{ l} = 3,8 \text{ cl}$$

$$0,2 \text{ dl} = 2 \text{ cl}$$

$$34 \text{ cm}^3 = 3,4 \text{ cl}$$

$$360 \text{ ml} = 36 \text{ cl}$$

$$0,0006 \text{ hl} = 6 \text{ cl}$$

$$0,8 \text{ dl} = 8 \text{ cl}$$

3) Převod na dl

$$30 \text{ cl} = 3 \text{ dl}$$

$$130 \text{ cm}^3 = 1,3 \text{ dl}$$

$$65 \text{ cm}^3 = 0,65 \text{ dl}$$

$$0,01 \text{ dm}^3 = 0,1 \text{ dl}$$

$$0,07 \text{ hl} = 70 \text{ dl}$$

$$0,14 \text{ l} = 1,4 \text{ dl}$$

$$0,038 \text{ l} = 0,38 \text{ dl}$$

$$0,006 \text{ m}^3 = 60 \text{ dl}$$

$$340 \text{ ml} = 3,4 \text{ dl}$$

$$760 \text{ ml} = 7,6 \text{ dl}$$

$$250 \text{ cl} = 2,5 \text{ dl}$$

$$3400 \text{ ml} = 34 \text{ dl}$$

4) Převod na l (dm³)

$$620 \text{ cm}^3 = 0,62 \text{ l}$$

$$18 \text{ dl} = 1,8 \text{ l}$$

$$35 \text{ m}^3 = 35000 \text{ l}$$

$$2700 \text{ cl} = 27 \text{ l}$$

$$0,7 \text{ dm}^3 = 0,7 \text{ l}$$

$$0,74 \text{ hl} = 74 \text{ l}$$

$$420 \text{ cl} = 4,2 \text{ l}$$

$$340 \text{ cm}^3 = 0,34 \text{ l}$$

$$90 \text{ hl} = 9000 \text{ l}$$

$$380 \text{ cm}^3 = 0,38 \text{ l}$$

$$0,06 \text{ hl} = 6 \text{ l}$$

$$32 \text{ hl} = 3200 \text{ l}$$

$$0,02 \text{ m}^3 = 20 \text{ l}$$

$$0,04 \text{ hl} = 4 \text{ l}$$

$$8 \text{ cl} = 0,08 \text{ l}$$

$$120 \text{ m}^3 = 120000 \text{ l}$$

$$390 \text{ cm}^3 = 0,39 \text{ l}$$

$$240 \text{ cl} = 2,4 \text{ l}$$

$$20 \text{ cm}^3 = 0,02 \text{ l}$$

$$22 \text{ m}^3 = 22000 \text{ l}$$

$$12900 \text{ ml} = 12,9 \text{ l}$$

$$5 \text{ dl} = 0,5 \text{ l}$$

$$900 \text{ dm}^3 = 900 \text{ l}$$

$$25 \text{ hl} = 2500 \text{ l}$$

5) Převod na hektolitry

$$570 \text{ l} = 5,7 \text{ hl}$$

$$1500 \text{ l} = 15 \text{ hl}$$

$$35 \text{ m}^3 = 350 \text{ hl}$$

$$13 \text{ l} = 0,13 \text{ hl}$$

$$2600 \text{ m}^3 = 26000 \text{ hl}$$

$$240 \text{ l} = 2,4 \text{ hl}$$

$$37 \text{ l} = 0,37 \text{ hl}$$

$$8400 \text{ dl} = 8,4 \text{ hl}$$

$$0,34 \text{ m}^3 = 3,4 \text{ hl}$$

$$360 \text{ m}^3 = 3600 \text{ hl}$$

$$8700 \text{ dl} = 8,7 \text{ hl}$$

$$240 \text{ m}^3 = 2400 \text{ hl}$$

6) Převod na kubické metry

$$340 \text{ hl} = 34 \text{ m}^3$$

$$2000000 \text{ cm}^3 = 2 \text{ m}^3$$

$$35 \text{ hl} = 3,5 \text{ m}^3$$

$$120 \text{ hl} = 12 \text{ m}^3$$

$$290000 \text{ dm}^3 = 290 \text{ m}^3$$

$$240 \text{ dm}^3 = 0,24 \text{ m}^3$$

$$600 \text{ dm}^3 = 0,6 \text{ m}^3$$

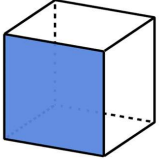
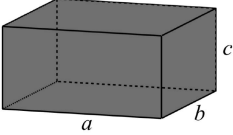
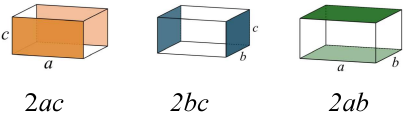
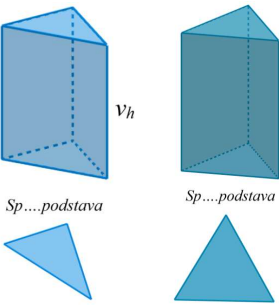
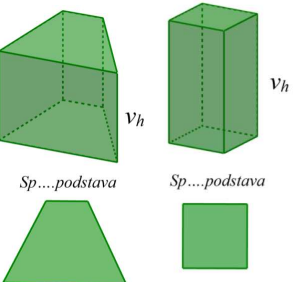
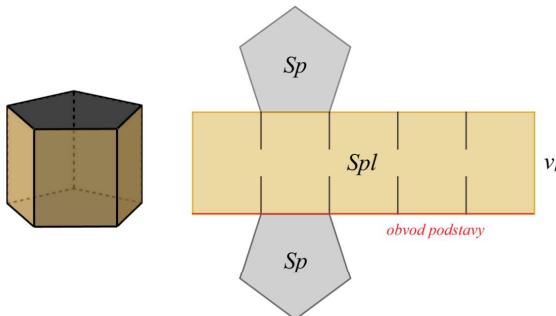
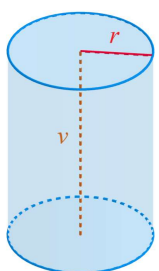
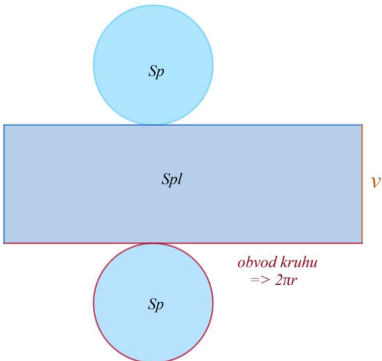
$$3600 \text{ dl} = 0,36 \text{ m}^3$$

$$3,4 \text{ hl} = 0,34 \text{ m}^3$$

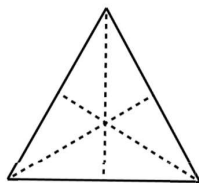
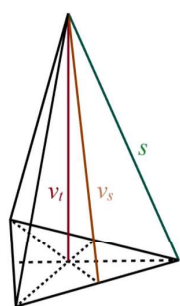
$$2400 \text{ hl} = 240 \text{ m}^3$$

$$240 \text{ hl} = 24 \text{ m}^3$$

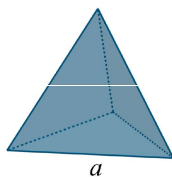
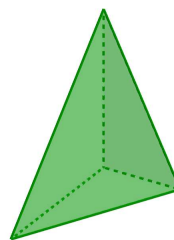
$$87000 \text{ dm}^3 = 87 \text{ m}^3$$

Obrázek:	Vzorečky:	Odvozené vzorečky z obsahů: Nesnažte se pamatovat ale zkuste odvodit.
Krychle:  hrana ... a	Objem: $V = a^3$ Povrch: $S = 6 \cdot a^2$	$V = a^3 \rightarrow a = \sqrt[3]{V}$ $S = 6 \cdot a^2 \rightarrow a = \sqrt{\frac{S}{6}}$
Kvádr:  a b c  $2ac$ $2bc$ $2ab$	Objem: $V = a \cdot b \cdot c$ Povrch: $S = 2ac + 2bc + 2ab$	$V = a \cdot b \cdot c \rightarrow a = \frac{V}{b \cdot c}$ $2ac + 2bc + 2ab = S$ $2ac + 2ab = S - 2bc$ $2a(c+b) = S - 2bc \rightarrow a = \frac{S - 2bc}{2(c+b)}$
Hranol: trojboký hranol: nepravidelný pravidelný  čtyřboký hranol: nepravidelný pravidelný   $Spl = \text{obvod postavy} \cdot v_h$	Objem: $V = Sp \cdot v_h$ Povrch: $S = 2 Sp + Spl$	$V = Sp \cdot v_h$ $\rightarrow Sp = \frac{V}{v_h}$ $\rightarrow v_h = \frac{V}{Sp}$ $S = 2 Sp + Spl$ $\rightarrow Spl = S - 2 Sp$ $\rightarrow Sp = \frac{S - Spl}{2}$
Válec:  	Objem: $V = Sp \cdot v$ $\rightarrow V = \pi \cdot r^2 \cdot v$ Povrch: $S = 2 Sp + Spl$ $\rightarrow S = 2 \pi r^2 + 2 \pi r v$ $\rightarrow S = 2 \pi r (r + v)$	$V = \pi \cdot r^2 \cdot v \rightarrow v = \frac{V}{\pi \cdot r^2}$ $\rightarrow r = \sqrt{\frac{V}{\pi \cdot v}}$ $S = 2 \pi r^2 + 2 \pi r v$ $\rightarrow 2 \pi r v = S - 2 \pi r^2 \rightarrow v = \frac{S - 2 \pi r^2}{2 \pi r}$ Vyjádření poloměru vede ke kvadratické rovnici.

Jehlan: pravidelný trojboký jehlan:



Sp - podstava

čtyřstěn – všechny
hrany stejně dlouhénepravidelný
trojboký jehlan

Objem:

$$V = \frac{1}{3} Sp \cdot v_t$$

$$\rightarrow Sp = \frac{3V}{v_t}$$

$$\rightarrow v_t = \frac{3V}{Sp}$$

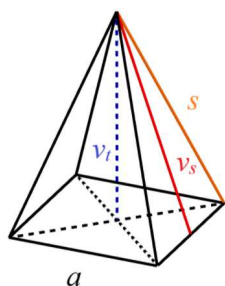
Povrch:

$$S = Sp + Spl$$

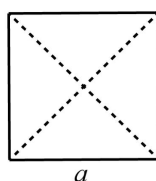
$$\rightarrow Spl = S - Sp$$

$$\rightarrow Sp = S - Spl$$

pravidelný čtyřboký jehlan:

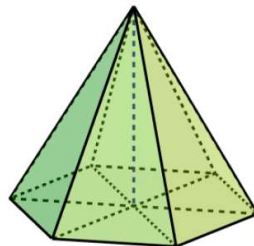


Sp - podstava

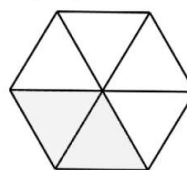


a

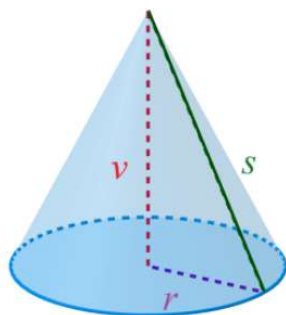
pravidelný šestiboký jehlan:



Sp - podstava



Kužel: rotační kolmý kužel



$$s^2 = r^2 + v^2$$

Objem:

$$V = \frac{1}{3} Sp \cdot v = \frac{1}{3} \pi r^2 v$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 v \rightarrow v = \frac{3V}{\pi r^2}$$

$$\rightarrow r = \sqrt{\frac{3V}{\pi v}}$$

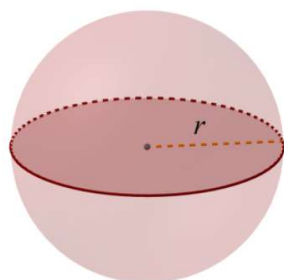
Povrch:

$$Spl = \pi \cdot r \cdot s$$

$$S = Sp + Spl = \pi r^2 + \pi \cdot r \cdot s$$

$$\rightarrow S = \pi r(r + s)$$

Koule:



Objem:

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$$

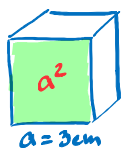
Povrch:

$$S = 4 \pi r^2$$

$$\rightarrow r = \sqrt{\frac{S}{4\pi}}$$

Opakování objemů 1

1) Vypočítej objem a povrch krychle o hraně $a = 3$ cm.



$$V = a^3 = 3^3 = \underline{\underline{27 \text{ cm}^3}}$$

$$V = a^3$$

$$L \rightarrow a = \sqrt[3]{V} = \sqrt[3]{343} = 7 \text{ cm}$$

$$S = 6 \cdot a^2 = 6 \cdot 7^2 = \underline{\underline{294 \text{ cm}^2}}$$

$$L \rightarrow S = 6 \cdot a^2 = 6 \cdot 3^2 = \underline{\underline{54 \text{ cm}^2}}$$

3) Vypočítejte objem krychle, když její povrch je 96 dm^2 .

$$S = 6 \cdot a^2$$

$$L \rightarrow a = \sqrt{\frac{S}{6}} = \sqrt{\frac{96}{6}} = \sqrt{16} = 4 \text{ dm}$$

$$V = a^3 = 4^3 = \underline{\underline{64 \text{ dm}^3}}$$

4) Vypočítej povrch a objem krychle s hranou délky 5 cm.

$$V = a^3 = 5^3 = \underline{\underline{125 \text{ cm}^3}}$$

$$S = 6a^2 = 6 \cdot 5^2 = \underline{\underline{150 \text{ cm}^2}}$$

5) Vypočítejte povrch krychle, když její objem je 1331 cm^3 .

$$a = \sqrt[3]{V} = \sqrt[3]{1331} = 11 \text{ cm}$$

$$S = 6 \cdot a^2 = 6 \cdot 11^2 = \underline{\underline{726 \text{ cm}^2}}$$

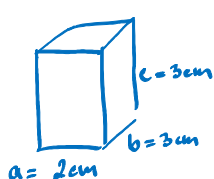
6) Vypočítejte objem krychle, když její povrch je 1014 dm^2 .

$$S = 1014 \text{ dm}^2$$

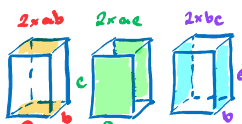
$$a = \sqrt{\frac{S}{6}} = \sqrt{\frac{1014}{6}} = \sqrt{169} = 13 \text{ dm}$$

$$V = a^3 = 13^3 = \underline{\underline{2197 \text{ dm}^3}}$$

7) Vypočítej povrch a objem kvádru o hranách $a = 2$ cm, $b = 3$ cm, $c = 3$ cm.



$$V = a \cdot b \cdot c = 2 \cdot 3 \cdot 3 = \underline{\underline{18 \text{ cm}^3}}$$

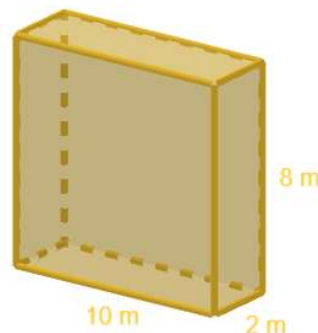


$$S = 2ab + 2ac + 2bc$$

$$S = \underset{12}{2 \cdot 2 \cdot 3} + \underset{12}{2 \cdot 2 \cdot 3} + \underset{18}{2 \cdot 3 \cdot 3} = \underline{\underline{42 \text{ cm}^2}}$$

8) Vypočítej povrch a objem kvádru.

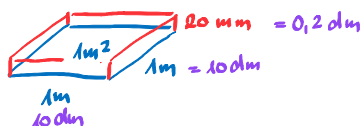
$$V = 8 \cdot 2 \cdot 10 = \underline{\underline{160 \text{ dm}^3}}$$



$$S = 2 \cdot 10 \cdot 2 + 2 \cdot 10 \cdot 8 + 2 \cdot 2 \cdot 8$$

$$S = 40 + 160 + 32 = \underline{\underline{232 \text{ m}^2}}$$

9) Hlasatel prohlásil že napršelo 20 mm srážek. Kolik napršelo litrů na m^2 ?



$$V = a \cdot b \cdot c = 10 \cdot 10 \cdot 0,2 = 20 \text{ dm}^3 (l)$$

O: Napršelo 20 litrů na m^2 .

10) Vypočítej obsah a objem složeného tělesa z krychlí o hraně: $a = 5$ cm

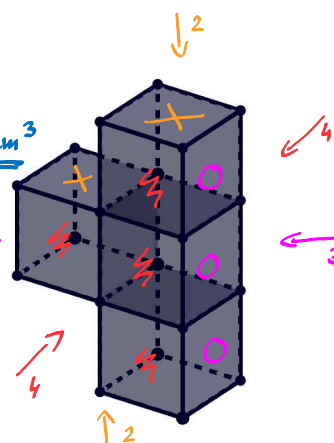
$$V_k = a^3 = 5^3 = 125 \text{ cm}^3$$

$$V_r = 4 \cdot V_k = 4 \cdot 125 = \underline{\underline{500 \text{ cm}^3}}$$

$$S_s = a^2 = 5^2 = 25 \text{ cm}^2$$

$$\text{stěn: } 8 + 6 + 4 = 18$$

$$S = 18 \cdot 25 = \underline{\underline{450 \text{ cm}^2}}$$



Opakování objemu 2 [7. ročník: Objemy 4]

- 1) Jaký objem má hranol s podstavou 3 cm^2 a výškou hranolu 5 cm ?



$$S_p = 3 \text{ cm}^2 \quad n_h = 5 \text{ cm}$$

$$V = S_p \cdot n_h = 3 \cdot 5 = 15 \text{ cm}^3$$

- 2) Jaký objem má hranol s podstavou 9 cm^2 a výškou hranolu 4 cm ?

$$S_p = 9 \text{ cm}^2 \quad n_h = 4 \text{ cm}$$

$$V = 9 \cdot 4 = 36 \text{ cm}^3$$

- 3) Jakou výšku má hranol s podstavou 3 cm^2 o objemu $7,5 \text{ cm}^3$?

$$V = S_p \cdot n_h$$

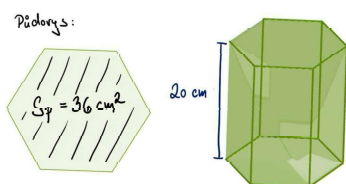
$$\hookrightarrow n_h = V : S_p = 7,5 : 3 = 2,5 \text{ cm}$$

- 4) Jakou plochu podstavy má hranol s výškou 6 cm o objemu 24 cm^3 ?

$$V = S_p \cdot n_h$$

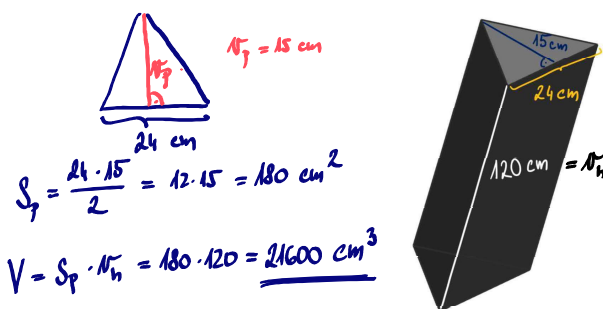
$$\hookrightarrow S_p = V : n_h = 24 : 6 = 4 \text{ cm}^2$$

- 5) Vypočítej objem pravidelného šestibokého hranolu. Údaje najdeš v obrázku.

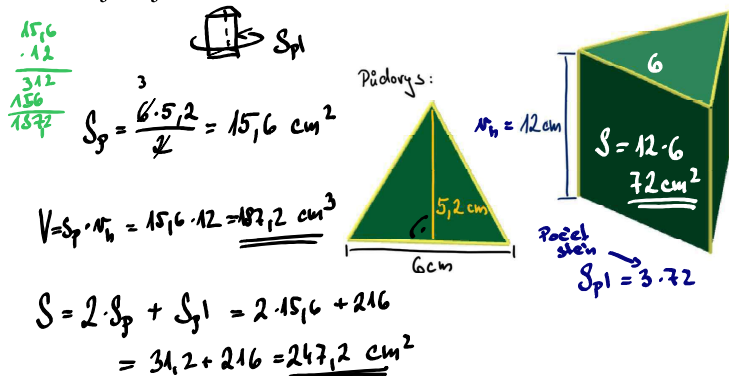


$$V = S_p \cdot n_h = 36 \cdot 20 = 720 \text{ cm}^3$$

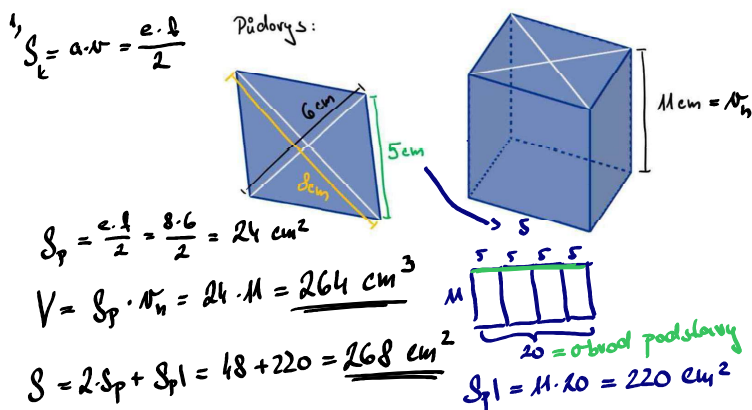
- 6) Vypočítej objem trojbokého hranolu. Údaje najdeš v obrázku.



- 7) Vypočítej objem a povrch pravidelného trojbokého hranolu. Údaje najdeš v obrázku.

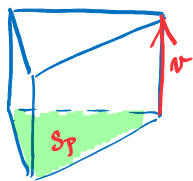


- 8) Vypočítej povrch a objem čtyřbokého hranolu s podstavou kosočtverce. Údaje najdeš v obrázku. (úhlopříčky 6 cm , 8 cm)



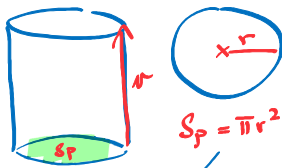
Objem 3 - Povrch a objem válce (kalkulačka)

1) Vypočítej objem trojbokého hranolu.
 $S_p = 20 \text{ cm}^2$, $v_h = 5 \text{ cm}$. (opakování)



$$V = S_p \cdot v = 20 \cdot 5 = \underline{\underline{100 \text{ cm}^3}}$$

2) Vypočítej objem válce, kde
 $r = 2 \text{ cm}$, $v = 5 \text{ cm}$.



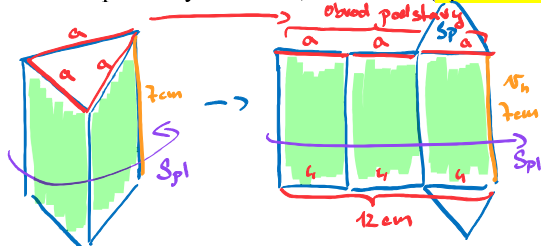
$$V = S_p \cdot v = \pi r^2 \cdot v$$

$$V = 3,14 \cdot 2^2 \cdot 5 = \underline{\underline{62,8 \text{ cm}^3}}$$

3) Vypočítej objem válce, kde
 $r = 7 \text{ dm}$, $v = 11 \text{ dm}$.

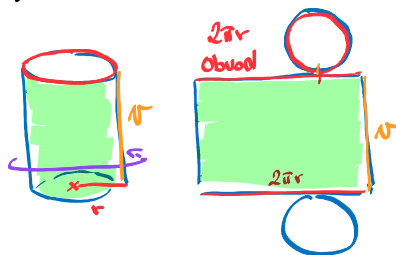
$$V = \pi r^2 \cdot v = 3,14 \cdot 7^2 \cdot 11 = \underline{\underline{1632,46 \text{ dm}^3}}$$

4) Vypočítej plášť pravidelného trojbokého hranolu s hranou podstavy $a = 4 \text{ cm}$, $v_h = 7 \text{ cm}$. (opakování)



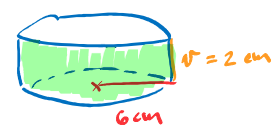
$$S_{pl} = O_p \cdot v_h = 12 \cdot 7 = \underline{\underline{84 \text{ cm}^2}}$$

5) Vypočítej plášť válce s poloměrem podstavy $r = 3 \text{ dm}$ a výškou válce $v = 6 \text{ dm}$.



$$S_{pl} = O_p \cdot v = 2\pi r \cdot v = 2 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot 6 = \underline{\underline{113,04 \text{ dm}^2}}$$

6) Vypočítej obsah podstavy, obsah pláště, povrch a objem válce, kde poloměr podstavy $r = 6 \text{ cm}$ a výška válce $v = 2 \text{ cm}$.



$$S_p = \pi r^2 = 3,14 \cdot 6^2 = \underline{\underline{113,04 \text{ cm}^2}}$$

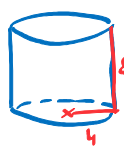
$$V = S_p \cdot v = 113,04 \cdot 2 = \underline{\underline{226,08 \text{ cm}^3}}$$

$$S_{pl} = 2\pi r \cdot v = 2 \cdot 3,14 \cdot 6 \cdot 2 = \underline{\underline{75,36 \text{ cm}^2}}$$

$$S = S_{pl} + 2 \cdot S_p = 75,36 + 2 \cdot 113,04 = \underline{\underline{301,44 \text{ cm}^2}}$$



7) Vypočítej obsah podstavy, obsah pláště, povrch a objem válce, kde poloměr podstavy $r = 4 \text{ m}$ a výška válce $v = 8 \text{ m}$.



$$S_p = \pi r^2 = 3,14 \cdot 4^2 = \underline{\underline{50,24 \text{ m}^2}}$$

$$V = \underbrace{\pi r^2}_{S_p} \cdot v = 50,24 \cdot 8 = \underline{\underline{401,92 \text{ m}^3}}$$

$$S_{pl} = O_p \cdot v = 2\pi r \cdot v = 2 \cdot 3,14 \cdot 4 \cdot 8 = \underline{\underline{200,96 \text{ m}^2}}$$

$$S = S_{pl} + 2 \cdot S_p = 200,96 + 2 \cdot 50,24 = \underline{\underline{301,44 \text{ m}^2}}$$

8) Vypočítej povrch a objem válce, kde poloměr podstavy $r = 3 \text{ dm}$ a výška válce $v = 7 \text{ dm}$.



$$S_p = \pi r^2 = 3,14 \cdot 3^2 = \underline{\underline{28,26 \text{ dm}^2}}$$

$$V = S_p \cdot v = 28,26 \cdot 7 = \underline{\underline{197,82 \text{ dm}^3}}$$

$$V = \pi r^2 \cdot v$$

Najdete v tabulkách

$$S = S_{pl} + 2 \cdot S_p = 2\pi r \cdot v + 2 \cdot \pi r^2 = 2\pi r \cdot (v + r)$$

$$S = 2\pi r \cdot (v + r) = 2 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot (7 + 3) = \underline{\underline{188,4 \text{ dm}^2}}$$

9) Vypočítej povrch a objem válce, kde poloměr podstavy $r = 9 \text{ cm}$ a výška válce $v = 11 \text{ cm}$.

$$V = \pi r^2 \cdot v = 3,14 \cdot 9^2 \cdot 11 = \underline{\underline{2797,74 \text{ cm}^3}}$$

$$S = 2\pi r \cdot (v + r) = 2 \cdot 3,14 \cdot 9 \cdot (11 + 9) = \underline{\underline{1130,4 \text{ cm}^2}}$$

Objem 5 - Povrch a objem koule (kalkulačka)

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \quad S = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$



1) Vypočítej povrch a objem koule o poloměru $r = 3$ cm.

$$S = 4\pi r^2 = 4 \cdot 3,14 \cdot 3^2 = \underline{\underline{113,04 \text{ cm}^2}}$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 3^3 = \underline{\underline{113,04 \text{ cm}^3}}$$

2) Vypočítej povrch a objem koule o poloměru $r = 5$ cm.

$$S = 4\pi r^2 = 4 \cdot 3,14 \cdot 5^2 = 314 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 5^3 = 523,33 \text{ cm}^3$$

3) Vypočítej povrch a objem koule o poloměru $r = 7$ cm.

$$S = 4\pi r^2 = 4 \cdot 3,14 \cdot 7^2 = 615,44 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 7^3 = 1436,03 \text{ cm}^3$$

4) Vypočítej povrch a objem koule o poloměru $r = 11$ cm.

$$S = 4\pi r^2 = 4 \cdot 3,14 \cdot 11^2 = 1519,76 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 11^3 = 5572,45 \text{ cm}^3$$

5) Vypočítej objem koule, když povrch koule $S = 452,16 \text{ dm}^2$.

$$\begin{aligned} S &= 452,16 \text{ dm}^2 \\ S &= 4\pi r^2 \quad /: 4\pi \\ \frac{S}{4\pi} &= r^2 \\ r &= \sqrt{\frac{S}{4\pi}} = \sqrt{\frac{452,16}{4 \cdot 3,14}} = \sqrt{36} = 6 \text{ dm} \end{aligned}$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 6^3 = 304,32 \text{ dm}^3$$

II) V nouzi !

$$\begin{aligned} S &= 4\pi r^2 \rightarrow 452,16 = 4 \cdot 3,14 \cdot r^2 \\ 452,16 &= 12,56 r^2 \quad /: 12,56 \\ 36 &= r^2 \\ 6 &= r \end{aligned}$$

6) Vypočítej povrch koule, kde objem $V = 267,95 \text{ m}^3$.

$$\begin{aligned} V &= 267,95 \\ V &= \frac{4}{3}\pi r^3 \quad /: 3 \\ 3V &= 4\pi r^3 \quad /: 4\pi \\ \frac{3V}{4\pi} &= r^3 \\ r &= \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = 4 \text{ m} \end{aligned}$$

$$S = 4\pi r^2 = 4 \cdot 3,14 \cdot 4^2 = \underline{\underline{200,96 \text{ m}^2}}$$

II, Nouze !

$$\begin{aligned} 267,95 &= \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot r^3 \quad /: 3 \\ 803,85 &= 12,56 \cdot r^3 \quad /: 12,56 \\ 64 &= r^3 \\ 4 \text{ m} &= r \end{aligned}$$

7) Dárkový obchod ve vědeckém muzeu prodává lízátka, která jsou vyrobena tak, aby vypadala jako planety. Každé z lízátek má tvar koule a jeho poloměr je 12 mm. Jaký je objem lízátka?

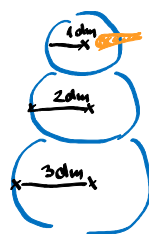


$$r = 12 \text{ mm}$$

$$\begin{aligned} V &= \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 12^3 = 7234,56 \text{ mm}^3 \\ &\downarrow \\ &\underline{\underline{7,2 \text{ cm}^3}} \end{aligned}$$

O: Objem lízátka je $7,2 \text{ cm}^3$

8) Děti postavily na zahradě sněhuláka ze 3 koulí (bez ručiček). Spodní koule měla průměr 6 dm, prostřední koule průměr 4 dm a horní koule průměr 2 dm. Kolik dm^3 sněhu děti na stavbu sněhuláka potřebovaly?



Poloměrem !

$$\begin{aligned} V &= \frac{4}{3}\pi r^3 \rightarrow V_1 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 1^3 = 4,19 \text{ dm}^3 \\ &\rightarrow V_2 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 2^3 = 33,49 \text{ dm}^3 \\ &\rightarrow V_3 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 3^3 = 113,04 \text{ dm}^3 \end{aligned}$$

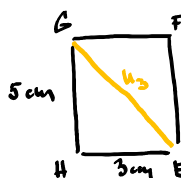
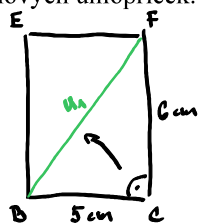
$$V = 150,72 \text{ dm}^3$$

Mocniny 20 - Pythagorova věta v prostoru (kalkulačka)

1) Vypočítej délky jednotlivých stěnových úhlopříček.

$$u_1^2 = 5^2 + 6^2 = 25 + 36 = 61$$

$$u_1 = \sqrt{61} = 7,81 \text{ cm}$$

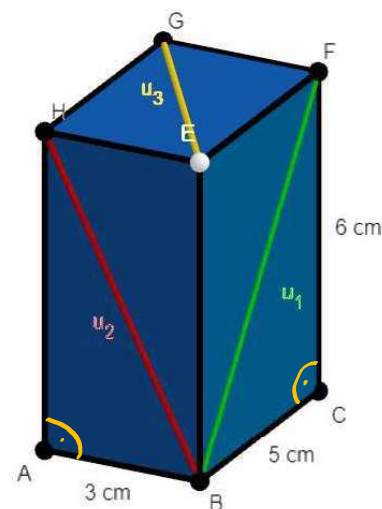


$$u_3^2 = 3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$$

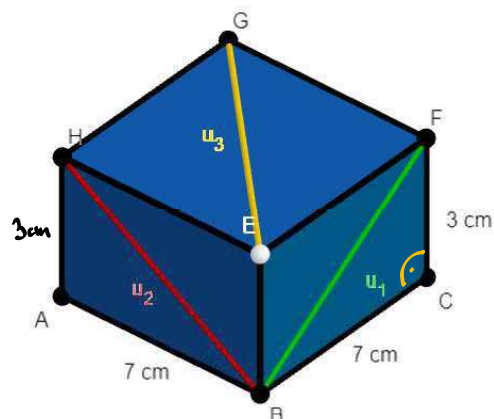
$$u_3 = \sqrt{34} = 5,83 \text{ cm}$$

$$u_2^2 = 3^2 + 6^2 = 9 + 36 = 45$$

$$u_2 = \sqrt{45} = 6,71 \text{ cm}$$



2) Vypočítej délky jednotlivých stěnových úhlopříček.



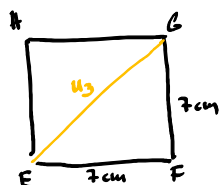
$u_1 = u_2$
stejná stěna



$$u_1^2 = 7^2 + 3^2 = 49 + 9 = 58 \text{ cm}^2$$

$$u_1 = \sqrt{58} \approx 7,62 \text{ cm}$$

$$u_2 = 7,62 \text{ cm}$$



$$u_3^2 = 7^2 + 7^2 = 49 + 49 = 98 \text{ cm}^2$$

$$u_3 = \sqrt{98} \approx 9,9 \text{ cm}$$

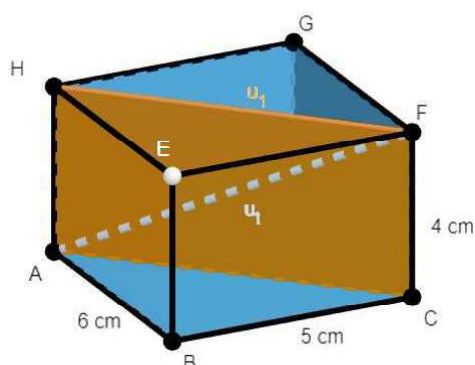
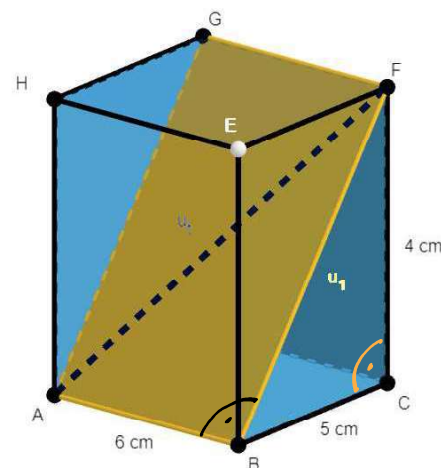
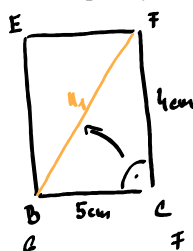
3) Vypočítej délku u_1 (stěnové úhlopříčky) a u_t (tělesové úhlopříčky).

$$u_1^2 = 4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41 \text{ cm}^2$$

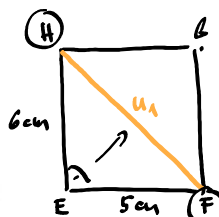
$$u_1 = \sqrt{41} \approx 6,4 \text{ cm}$$

$$u_t^2 = u_1^2 + 6^2 = 41 + 36 = 77$$

$$u_t = \sqrt{77} \approx 8,77 \text{ cm}$$

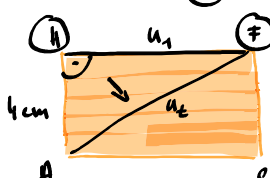


4) Vypočítej délku u_1 (stěnové úhlopříčky) a u_t (tělesové úhlopříčky).



$$u_1^2 = 6^2 + 5^2 = 36 + 25 = 61$$

$$u_1 = \sqrt{61} = 7,81 \text{ cm}$$



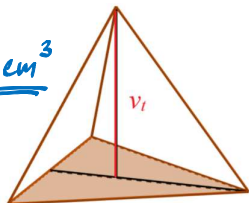
$$u_t^2 = u_1^2 + 4^2 = 61 + 16 = 77$$

$$u_t = \sqrt{77} = 8,77 \text{ cm}$$

Objem a povrch jehlanu 1

1) Vypočítej objem pravidelného trojbokého jehlanu s podstavou o obsahu $S_p = 30 \text{ cm}^2$ a výškou $v_i = 10 \text{ cm}$.

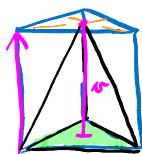
$$V = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot v_i = \frac{1}{3} \cdot 30 \cdot 10 = \underline{\underline{100 \text{ cm}^3}}$$



$$S_p = 30 \text{ cm}^2$$

Objem hranolu

$$V = S_p \cdot v$$

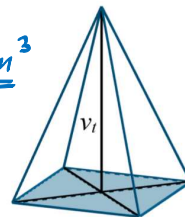


Objem jehlanu

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot v_i$$

2) Vypočítej objem pravidelného čtyřbokého jehlanu s podstavou o obsahu $S_p = 24 \text{ cm}^2$ a výškou $v_i = 5 \text{ cm}$.

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot v_i = \frac{1}{3} \cdot 24 \cdot 5 = \underline{\underline{40 \text{ cm}^3}}$$



$$S_p = 24 \text{ cm}^2$$

3) Vypočítej výšku jehlanu, jestliže má jehlan objem $V = 16 \text{ cm}^3$ a podstavu o obsahu $S_p = 8 \text{ cm}^2$.

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot v_i \quad / \cdot 3$$

$$3V = S_p \cdot v_i \quad / : S_p$$

$$\hookrightarrow v_i = \frac{3V}{S_p} = \frac{3 \cdot 16}{8} = \underline{\underline{6 \text{ cm}}}$$

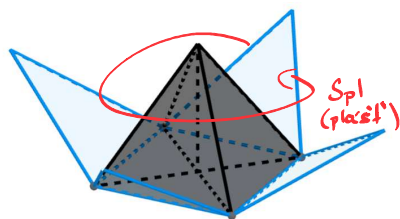
4) Vypočítej obsah podstavy jehlanu, jestliže má jehlan objem $V = 60 \text{ cm}^3$ a jeho výška je $v_i = 12 \text{ cm}$.

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot v_i \quad / \cdot 3$$

$$3V = S_p \cdot v_i \quad / : v_i$$

$$\hookrightarrow S_p = \frac{3V}{v_i} = \frac{3 \cdot 60}{12} = \underline{\underline{15 \text{ cm}^2}}$$

5) Vypočítej povrch pravidelného čtyřbokého jehlanu, jehož síť vidíš na obrázku, když hrana i stěnová výška má délku 6 cm.



$$S_p = 6 \cdot 6 = 36 \text{ cm}^2$$



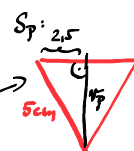
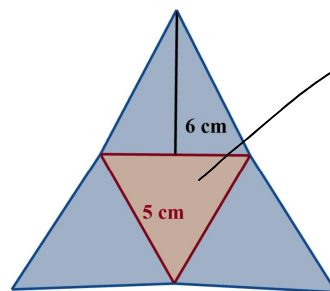
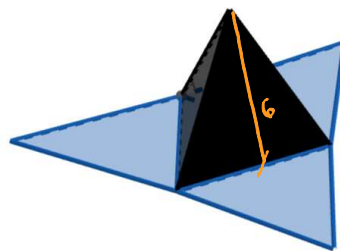
$$S_{\Delta} = \frac{6 \cdot 6}{2} = 18 \text{ cm}^2$$



$$S_{p1} = 4 \cdot S_{\Delta} = 4 \cdot 18 = 72 \text{ cm}^2 \text{ (plošť)}$$

$$S = S_p + S_{p1} = 36 + 72 = \underline{\underline{108 \text{ cm}^2}}$$

↑ OPROTÍ HRANOLU
• JEJEDNA PODSTAVA!



$$\begin{aligned} \text{Výška v podstavě} \\ v_p^2 &= 5^2 - 2,5^2 \\ v_p^2 &= 18,75 \\ v_p &= 4,33 \end{aligned}$$

ROVNOSTRANNÝ
(PRÁVIDELNÝ JEHLAN)

$$S_p = \frac{5 \cdot 4,33}{2} = \underline{\underline{10,83 \text{ cm}^2}}$$

$$S_{p1} = 3 \cdot S_{\Delta} = 3 \cdot 15 = \underline{\underline{45 \text{ cm}^2}}$$



$$S_{\Delta} = \frac{5 \cdot 6}{2} = 15 \text{ cm}^2$$

$$S = S_p + S_{p1} = 10,83 + 45 = \underline{\underline{55,83 \text{ cm}^2}}$$

Objem a povrch jehlanu 2

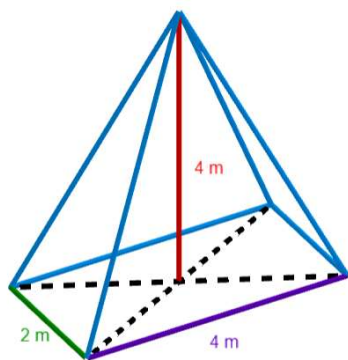
1) Vypočítej objem čtyřbokého kolmého jehlanu s podstavou obdélníka. Údaje najdeš v obrázku.

$$S_p = 4 \cdot 2 = 8 \text{ m}^2$$

$$S_p = 4 \cdot 2 = 8 \text{ m}^2$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot v = \frac{1}{3} \cdot 8 \cdot 4 = \frac{32}{3}$$

$$V = \underline{\underline{10,67 \text{ m}^3}}$$



2) Vypočítej povrch pravidelného čtyřbokého jehlanu, který má jako stěny rovnoramenné trojúhelníky se stranou o délce 10 cm. Na obrázku vidíš síť obrazce.

$$S_p = 10 \cdot 10 = \underline{\underline{100 \text{ cm}^2}}$$

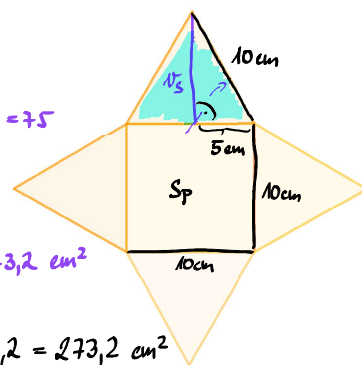
$$N_s^2 = 10^2 - 5^2 = 100 - 25 = 75$$

$$N_s = \sqrt{75} = 8,66 \text{ cm}$$

$$S_{\Delta} = \frac{10 \cdot 8,66}{2} = 43,3 \text{ cm}^2$$

$$S_{pl} = 4 \cdot S_{\Delta} = 4 \cdot 43,3 = 173,2 \text{ cm}^2$$

$$S = S_p + S_{pl} = 100 + 173,2 = \underline{\underline{273,2 \text{ cm}^2}}$$



3) Vypočítej objem a povrch pravidelného čtyřbokého jehlanu s výškou 12 cm a hranou podstavy délky 10 cm.

$$S_p = 10^2 = 100 \text{ cm}^2$$

$$S_p = 10 \cdot 10 = 100 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot v = \frac{1}{3} \cdot 100 \cdot 12 = \underline{\underline{400 \text{ cm}^3}}$$

$$S_{pl} = 4 \cdot S_{\Delta}$$

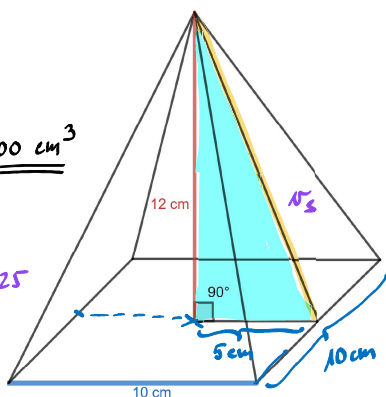
$$N_s^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25$$

$$N_s = \sqrt{169} = 13 \text{ cm}$$

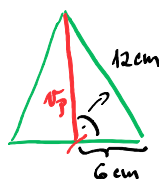
$$S_{\Delta} = \frac{13 \cdot 10}{2} = 65 \text{ cm}^2$$

$$S_{pl} = 4 \cdot S_{\Delta} = 4 \cdot 65 = 260 \text{ cm}^2$$

$$S = S_p + S_{pl} = 100 + 260 = \underline{\underline{360 \text{ cm}^2}}$$



4) Vypočítej objem pravidelného trojbokého jehlanu s výškou 11 cm a hranou podstavy délky 12 cm.

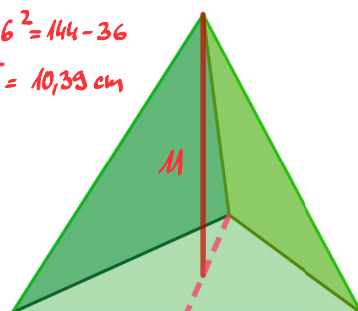


$$N_p^2 = 12^2 - 6^2 = 144 - 36$$

$$N_p = \sqrt{108} = 10,39 \text{ cm}$$

$$S_p = \frac{12 \cdot 10,39}{2} = 62,35$$

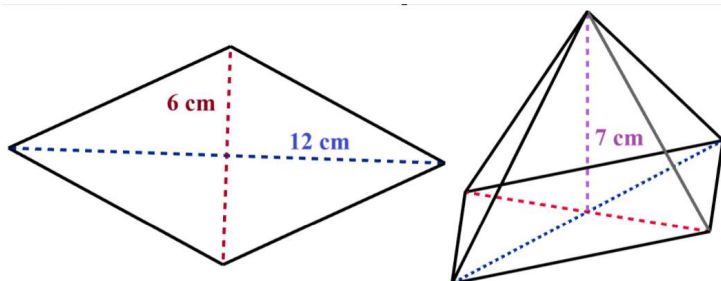
$$V = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot v = \frac{1}{3} \cdot 62,35 \cdot 11 = \underline{\underline{228,63 \text{ cm}^3}}$$



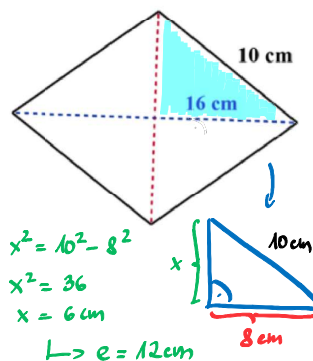
5) Vypočítej objem čtyřbokého kolmého jehlanu s podstavou kosočtverce. Úhlopříčky v podstavě mají velikost $e = 6 \text{ cm}$ a $f = 12 \text{ cm}$. Výška jehlanu má délku $v = 7 \text{ cm}$.

$$S_p = \frac{6 \cdot 12}{2} = 36 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot v = \frac{1}{3} \cdot 36 \cdot 7 = \underline{\underline{84 \text{ cm}^3}}$$



6) Vypočítej objem čtyřbokého kolmého jehlanu s podstavou kosočtverce. Úhlopříčka v podstavě má velikost $f = 16 \text{ cm}$, hrana podstavy $a = 10 \text{ cm}$ a výška jehlanu má délku $v = 8 \text{ cm}$.

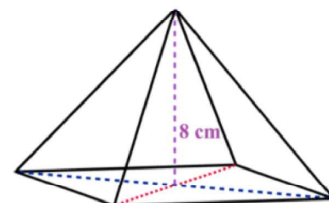


$$x^2 = 10^2 - 8^2$$

$$x^2 = 36$$

$$x = 6 \text{ cm}$$

$$L \rightarrow e = 12 \text{ cm}$$



$$S_p = \frac{e \cdot f}{2} = \frac{12 \cdot 16}{2} = 96 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot v = \frac{1}{3} \cdot 96 \cdot 8 = \underline{\underline{256 \text{ cm}^3}}$$

Objem a povrch jehlanu 3

Vypočítej objem pravidelného čtyřbokého jehlanu s hranou podstavy délky 10 cm a boční hranou o délce 15 cm.

$S_p = 10^2 = 100 \text{ cm}^2$
 $V = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot \nu$

$u^2 = 10^2 + 10^2 = 200$
 $u = \sqrt{200} \approx 14,14 \text{ cm}$
 $x = 7,07 \text{ cm}$

$\nu^2 = 15^2 - 7,07^2 = 175$
 $\nu = \sqrt{175} \approx 13,23 \text{ cm}$

$V = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot \nu \approx \frac{1}{3} \cdot 100 \cdot 13,23 \approx \underline{\underline{441 \text{ cm}^3}}$

Vypočítej povrch pravidelného čtyřbokého jehlanu s hranou podstavy délky 10 cm a boční hranou o délce 15 cm.

$S_p = 100 \text{ cm}^2$
 $S_{p1} = 4 \cdot S_{(\text{stěna})}$

$\nu_s^2 = 15^2 - 5^2 = 225 - 25$
 $\nu_s = \sqrt{200} \approx 14,14 \text{ cm}$
 $S_{(\text{stěna})} = \frac{10 \cdot 14,14}{2} = 70,7 \text{ cm}^2$
 $S_{p1} = 4 \cdot S_{(\text{stěna})} = 4 \cdot 70,7 \approx 283 \text{ cm}^2$

$S = S_p + S_{p1} = 100 + 283 = \underline{\underline{383 \text{ cm}^2}}$

3) Vypočítej objem pravidelného šestibokého jehlanu. Údaje najdeš v obrázku.

$S_p = 6 \cdot S_A$
 $V = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot \nu$

$\nu_s^2 = 10^2 - 3^2 = 100 - 9 = 91$
 $\nu_s = \sqrt{91} \approx 9,54 \text{ cm}$
 $S_A = \frac{6 \cdot 9,54}{2} = 28,62 \text{ cm}^2$

$S_p = 6 \cdot S_A = 6 \cdot 28,62 \approx 171,72 \text{ cm}^2$

$V = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot \nu = \frac{1}{3} \cdot 171,72 \cdot 8 \approx \underline{\underline{457,92 \text{ cm}^3}}$

4) Vypočítej povrch pravidelného šestibokého jehlanu. Údaje najdeš v obrázku.

$S_p = 6 \cdot S_A$

$\nu_s^2 = 10^2 - 3^2 = 100 - 9 = 91$
 $\nu_s = \sqrt{91} \approx 9,54 \text{ cm}$
 $S_A = \frac{6 \cdot 9,54}{2} = 28,62 \text{ cm}^2$

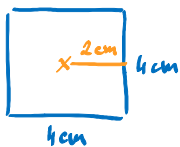
$S_p = 6 \cdot S_A = 6 \cdot 28,62 \approx 171,72 \text{ cm}^2$

$S = S_p + S_{p1} = 171,72 + 285,92 = \underline{\underline{457,64 \text{ cm}^2}}$

Objem a povrch jehlanu 4

1) Vypočítej objem a povrch pravidelného čtyřbokého jehlanu. Údaje najdeš v obrázku.

$$S_p = 4^2 = 16 \text{ cm}^2$$



$$V = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot \sqrt{z} = \frac{1}{3} \cdot 16 \cdot 6 = 32 \text{ cm}^3$$



$$\sqrt{z}^2 = 6^2 + 2^2 = 36 + 4 = 40$$

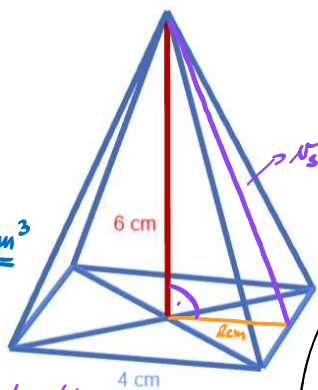
$$\sqrt{z} = \sqrt{40} = 6,32 \text{ cm}$$



$$S_{\Delta} = \frac{4 \cdot 6,32}{2} = 12,64 \text{ cm}^2$$

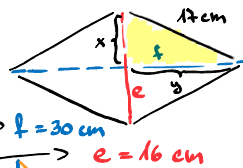
$$S_{pl} = 4 \cdot S_{\Delta} = 50,56 \text{ cm}^2$$

$$S = S_p + S_{pl} = 16 + 50,56 = 66,56 \text{ cm}^2$$



2) Vypočítej objem kolmého jehlanu s podstavou tvaru kosočtverce. Hrana podstavy stejně jako jedna z bočních hran má délku 17 cm. Výška jehlanu je 15 cm.

$$S_p = \frac{e \cdot f}{2} = \frac{16 \cdot 30}{2} = 240 \text{ cm}^2$$



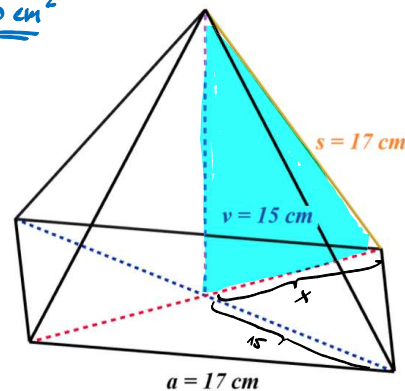
$$x^2 = 17^2 - 15^2 = 289 - 225 = 64$$

$$x = \sqrt{64} = 8 \text{ cm}$$

$$y^2 = 17^2 - 8^2 = 289 - 64 = 225$$

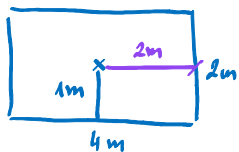
$$y = 15 \text{ cm}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot \sqrt{z} = \frac{1}{3} \cdot 240 \cdot 15 = 1200 \text{ cm}^3$$

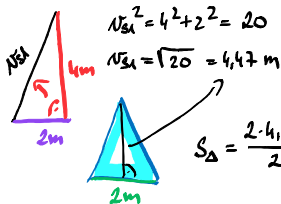


3) Vypočítej povrch čtyřbokého kolmého jehlanu s podstavou obdélníka. Údaje najdeš v obrázku.

$$S_p = 4 \cdot 2 = 8 \text{ m}^2$$



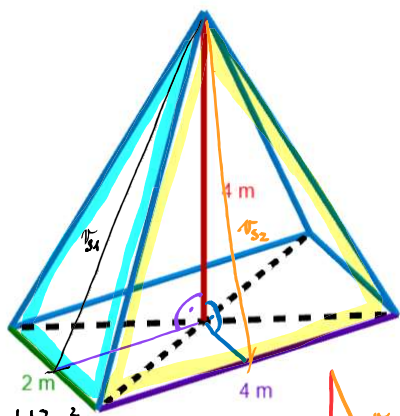
$\sqrt{s_1}$



$$\sqrt{s_1}^2 = 4^2 + 2^2 = 20$$

$$\sqrt{s_1} = \sqrt{20} = 4,47 \text{ m}$$

$$S_{\Delta} = \frac{2 \cdot 4,47}{2} = 4,47 \text{ m}^2$$



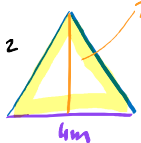
$$\sqrt{s_2}^2 = 4^2 + 1^2 = 17$$

$$\sqrt{s_2} = \sqrt{17} = 4,12 \text{ m}$$

$$S_{\Delta} = \frac{4 \cdot 4,12}{2} = 8,24 \text{ m}^2$$

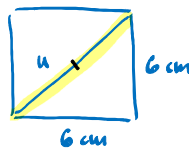
$$S_{pl} = 2 \cdot 4,47 + 2 \cdot 8,24 = 25,42 \text{ m}^2$$

$$S = S_p + S_{pl} = 8 + 25,42 = 33,42 \text{ m}^2$$



4) Vypočítej objem a povrch pravidelného čtyřbokého jehlanu. Údaje najdeš v obrázku.

$$S_p = 6^2 = 36 \text{ cm}^2$$



$$u^2 = 6^2 + 6^2 = 36 + 36 = 72$$

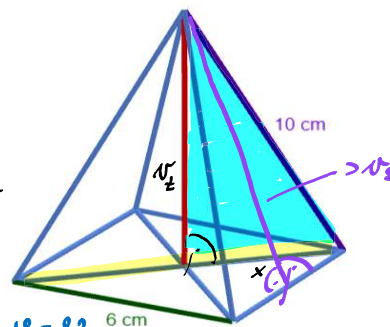
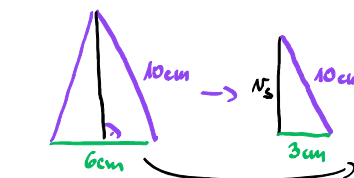
$$u = \sqrt{72} = 8,49$$

$$L > x = 4,24 \text{ cm}$$

$$\sqrt{z}^2 = 10^2 - 4,24^2 = 100 - 18 = 82$$

$$\sqrt{z} = 9,06 \text{ cm}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot \sqrt{z} = \frac{1}{3} \cdot 36 \cdot 9,06 = 108,72 \text{ cm}^3$$



$$\sqrt{s}^2 = 10^2 - 3^2 = 100 - 9 = 91$$

$$\sqrt{s} = \sqrt{91} = 9,54 \text{ cm}$$

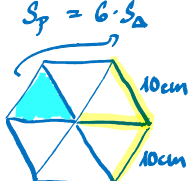
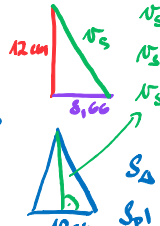
$$S_{\Delta} = \frac{6 \cdot 9,54}{2} = 28,62 \text{ cm}^2$$

$$S_{pl} = 4 \cdot S_{\Delta} = 4 \cdot 28,62 = 114,48 \text{ cm}^2$$

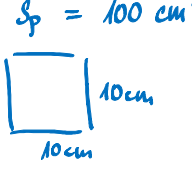
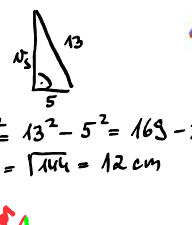
$$S = S_p + S_{pl} = 36 + 114,48 = 150,48 \text{ cm}^2$$

Objem a povrch jehlanu 5

1) Vypočítej objem a povrch pravidelného šestibokého jehlanu. Údaje najdeš v obrázku.

$S_p = 6 \cdot S_{\Delta}$

 $N_z^2 = 10^2 - 5^2 = 100 - 25 = 75$
 $N_z = 8,66 \text{ cm}$
 $S_{\Delta} = \frac{10 \cdot 8,66}{2} = 43,3 \text{ cm}^2$
 $S_p = 6 \cdot S_{\Delta} = 259,8 \text{ cm}^2$
 $V = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot N_z = \frac{1}{3} \cdot 259,8 \cdot 12 = 1039,2 \text{ cm}^3$

 $N_s^2 = 12^2 + 8,66^2$
 $N_s^2 = 144 + 75$
 $N_s = \sqrt{219} = 14,8 \text{ cm}$
 $S_{\Delta} = \frac{10 \cdot 14,8}{2} = 74 \text{ cm}^2$
 $S_{p1} = 6 \cdot S_{\Delta} = 444 \text{ cm}^2$
 $S = S_p + S_{p1} = 259,8 + 444 = 703,8 \text{ cm}^2$

2) Vypočítej objem a povrch pravidelného čtyřbokého jehlanu. Údaje najdeš v obrázku.

$S_p = 100 \text{ cm}^2$

 $N_s^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$
 $N_s = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$
 $S_{\Delta} = \frac{10 \cdot 12}{2} = 60 \text{ cm}^2$
 $S_{p1} = 4 \cdot S_{\Delta} = 240 \text{ cm}^2$
 $S = S_p + S_{p1} = 100 + 240 = 340 \text{ cm}^2$

 $N_z^2 = 12^2 - 5^2 = 144 - 25 = 119$
 $N_z = \sqrt{119} = 10,91$
 $V = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot N_z = \frac{1}{3} \cdot 100 \cdot 10,91 = 363,67 \text{ cm}^3$

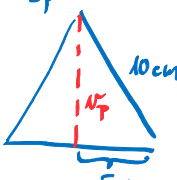
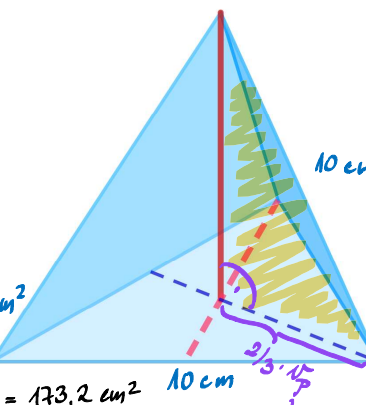
3) Vypočítej objem a povrch pravidelného čtyřbokého jehlanu. Údaje najdeš v obrázku.

$x^2 = 15^2 - 10^2 = 225 - 100 = 125$
 $x = 11,18 \text{ cm}$

 $a^2 = x^2 + x^2 = 11,18^2 + 11,18^2$
 $a^2 = 250 \text{ cm}^2$
 $a = 15,81 \text{ cm}$
 $S_p = a^2 = 250 \text{ cm}^2$

 $N_s^2 = 15^2 - 7,91^2 = 162,51$
 $N_s = 12,75 \text{ cm}$
 $S_{\Delta} = \frac{15,81 \cdot 12,75}{2} = 100,79 \text{ cm}^2$
 $S_{p1} = 4 \cdot S_{\Delta} = 403,16 \text{ cm}^2$
 $S = S_p + S_{p1} = 250 + 403,16 = 653,16 \text{ cm}^2$
 $V = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot N_z = \frac{1}{3} \cdot 250 \cdot 10 = 833,33 \text{ cm}^3$

4) Vypočítej objem a povrch pravidelného čtyřstěnu s hranou délky 10 cm. Výška dopadá do těžiště podstavy.

$S_p = 100 \text{ cm}^2$

 $N_p^2 = 10^2 - 5^2 = 75$
 $N_p = 8,66 \text{ cm}$
 $S_{\Delta} = \frac{10 \cdot 8,66}{2} = 43,3 \text{ cm}^2$
 $S = S_p + S_{p1}$
 $S = S_{\Delta} + 3 \cdot S_{\Delta} = 4 \cdot 43,3 = 173,2 \text{ cm}^2$


Rovnostranný Δ :
 Výška = Těžiště
 $\rightarrow$ Průsečík je ve $\frac{2}{3}$
 $x = \frac{2}{3} \cdot N_p = \frac{2}{3} \cdot 8,66 = 5,77$
 $N_z^2 = 10^2 - 5,77^2 = 66,67$
 $N_z = \sqrt{66,67} = 8,17 \text{ cm}$
 $V = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot N_z = \frac{1}{3} \cdot 100 \cdot 8,17 = 271,11 \text{ cm}^3$

Objem a povrch jehlanu 6

1) Vypočítej objem a povrch pravidelného trojbokého jehlanu. Údaje najdeš v obrázku.

S_p

$N_p^2 = 6^2 - 3^2 = 36 - 9 = 27$
 $N_p = \sqrt{27} = 5,2 \text{ cm}$

$S_p = \frac{6 \cdot 5,2}{2} = 15,6 \text{ cm}^2$

$V = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot N_p = \frac{1}{3} \cdot 15,6 \cdot 8 = 41,6 \text{ cm}^3$

$x = \frac{1}{3} \cdot N_p = 1,73 \text{ cm}$
 $N_s^2 = 8^2 + 1,73^2 = 67$
 $N_s = \sqrt{67} = 8,19 \text{ cm}$

$S_A = \frac{6 \cdot 8,19}{2} = 24,57$
 $S_{p1} = 3 \cdot S_A = 3 \cdot 24,57 = 73,71$
 $S = S_p + S_{p1} = 15,6 + 73,71 = 89,31 \text{ cm}^2$

Rovnostranný Δ: výška = těžnice

2) Vypočítej objem a povrch pravidelného trojbokého jehlanu. Údaje najdeš v obrázku.

$x^2 = 12^2 - 10^2 = 144 - 100 = 44$
 $x = \sqrt{44} = 6,63$
 $N_p = (6,63 : 2) \cdot 3 = 9,95 \text{ cm}$

$y = 6,63 : 2 = 3,32$
 $z^2 = x^2 - y^2 = 6,63^2 - 3,32^2 = 32,93$
 $z = 5,74 \rightarrow a = 2 \cdot 5,74 = 11,48 \text{ cm}$

$S_p = \frac{11,48 \cdot 9,95}{2} = 57,16 \text{ cm}^2$
 $V = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot N_p = \frac{1}{3} \cdot 57,16 \cdot 10 = 190,54 \text{ cm}^3$

$N_s^2 = 12^2 - 5,74^2 = 110,94$
 $N_s = \sqrt{110,94} = 10,53$
 $S_A = \frac{11,48 \cdot 10,53}{2} = 60,49 \text{ cm}^2$
 $S_{p1} = 3 \cdot S_A = 181,48 \text{ cm}^2$
 $S = S_p + S_{p1} = 57,16 + 181,48 = 238,64 \text{ cm}^2$

3) Vypočítej objem a povrch pravidelného trojbokého jehlanu. Údaje najdeš v obrázku.

S_p

$N_p^2 = 10^2 - 5^2 = 100 - 25 = 75$
 $N_p = \sqrt{75} = 8,66 \text{ cm}$

$S_p = \frac{10 \cdot 8,66}{2} = 43,3 \text{ cm}^2$

$y = \frac{2}{3} \cdot N_p = \frac{2}{3} \cdot 8,66 = 5,77$

$N_s^2 = 13^2 - 5,77^2$
 $N_s = \sqrt{125,71} = 11,65 \text{ cm}$
 $V = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot N_s = \frac{1}{3} \cdot 43,3 \cdot 11,65 = 168,15 \text{ cm}^3$

$N_s^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$
 $N_s = 12 \text{ cm}$
 $S_A = \frac{10 \cdot 12}{2} = 60 \text{ cm}^2$
 $S_{p1} = 3 \cdot S_A = 180 \text{ cm}^2$
 $S = S_p + S_{p1} = 43,3 + 180 = 223,3 \text{ cm}^2$

4) Vypočítej objem a povrch pravidelného trojbokého jehlanu. Údaje najdeš v obrázku.

$a^2 = (\frac{a}{2})^2 + 10^2$
 $a^2 = \frac{a^2}{4} + 100 \quad | \cdot 4$
 $4a^2 - a^2 = 400$
 $3a^2 = 400$
 $a^2 = 133,33$
 $a = 11,55 \text{ cm}$
 $S_p = \frac{11,55 \cdot 10}{2} = 57,75 \text{ cm}^2$
 $V = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot N_s = \frac{1}{3} \cdot 57,75 \cdot 7,27 = 139,95 \text{ cm}^3$

$x = \frac{1}{3} \cdot 10 = 3,33$
 $N_s^2 = 8^2 - 3,33^2 = 52,91$
 $N_s = \sqrt{52,91} = 7,27$

$S_A = \frac{11,55 \cdot 8}{2} = 46,2 \text{ cm}^2$
 $S_{p1} = 3 \cdot S_A = 3 \cdot 46,2 = 138,6 \text{ cm}^2$
 $S = S_p + S_{p1} = 46,2 + 138,6 = 184,8 \text{ cm}^2$

Objem a povrch jehlanu 7

1) Skleněná dekorace má tvar **čtyřbokého jehlanu**. Podstava má obsah **64 cm²** a výška je **15 cm**. Kolik cm³ materiálu bylo potřeba na její výrobu?

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot N_z = \frac{1}{3} \cdot 64 \cdot 15 = 320 \text{ cm}^3$$

O: Bylo potřeba 320 cm³ materiálu.

2) Dárková krabice má tvar **pravidelného čtyřbokého jehlanu**. Podstava má obsah **100 cm²** a obsah jedné boční stěny je **60 cm²**. Kolik cm² papíru je potřeba na výrobu celé krabice?

$$S_{p1} = 4 \cdot 60 = 240 \text{ cm}^2$$

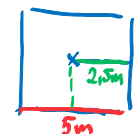
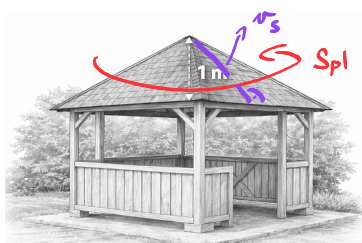
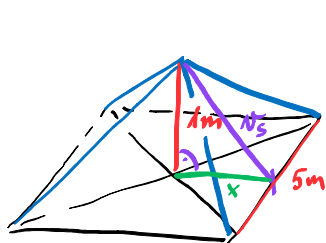
$$S_p = 100 \text{ cm}^2$$

$$S = 340 \text{ cm}^2$$



O: Je potřeba 340 cm² papíru.

3) Altán má střechu ve tvaru pravidelného čtyřbokého jehlanu. Délka jedné hrany podstavy je 5 m a výška střechy altánu 1 m. Kolik m² krytiny je potřeba, pokud počítáme 15 % rezervu?



$$N_s^2 = 1^2 + 2.5^2 = 1 + 6.25 = 7.25$$

$$N_s = \sqrt{7.25} = 2.69$$

$$S_s = 1.15 \cdot 26.9$$

$$S_s = 31 \text{ m}^2$$

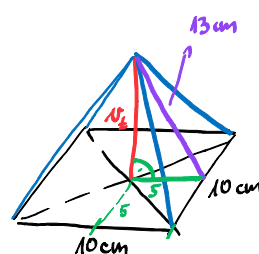
O: Je potřeba 31 m² krytiny.



$$S_{\Delta} = \frac{5 \cdot 2.69}{2} = 6.725$$

$$S_{p1} = 4 \cdot S_{\Delta} = 26.9 \text{ m}^2$$

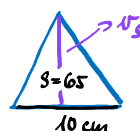
4) Dárková krabice má tvar **pravidelného čtyřbokého jehlanu**. Podstava má obsah **100 cm²** a obsah jedné boční stěny je **65 cm²**. Jaký je objem krabice?



$$S_p = 100 \text{ cm}^2$$

$$\rightarrow a = 10 \text{ cm}$$

$$100 \text{ cm}^2$$

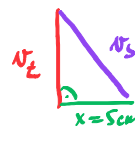


$$S_{\Delta} = \frac{a \cdot N_s}{2} \cdot 1/2$$

$$2 S_{\Delta} = a \cdot N_s \cdot 1/2$$

$$\frac{2 S_{\Delta}}{a} = N_s$$

$$N_s = \frac{2 \cdot 65}{10} = 13 \text{ cm}$$



$$N_z^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$$

$$N_z = 12 \text{ cm}$$

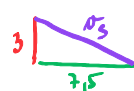
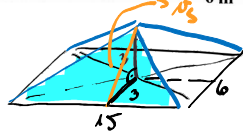
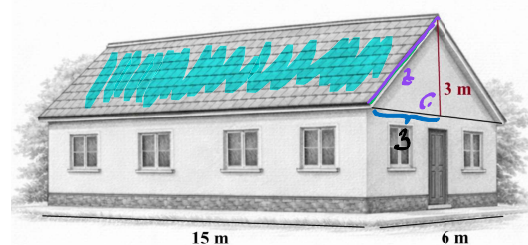
$$V = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot N_z = \frac{1}{3} \cdot 100 \cdot 12 = 400 \text{ cm}^3$$

O: Objem krabice je 400 cm³

3) Řehákoví si staví rodinný dům s půdorysem 6 m × 15 m. Zvažují dva typy střechy se **stejnou výškou 3 m**. Která střecha bude vyžadovat větší plochu střešní krytiny a přibližně o kolik m²? Obě střechy pokrývají stejný půdorys domu a mají stejnou výšku.

a) **Jehlanovitou střechu**, která se sbíhá do jednoho vrcholu uprostřed domu.

b) **Klasickou sedlovou střechu** se štíty ve tvaru písmene A.



$$N_s^2 = 3^2 + 7.5^2 = 65.25$$

$$N_s = 8.08 \text{ m}$$

$$S_{\Delta} = \frac{6 \cdot 8.08}{2} = 24.24 \text{ m}^2$$



$$N_{s2}^2 = 3^2 + 3^2 = 18$$

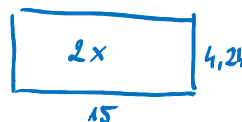
$$N_{s2} = \sqrt{18} = 4.24 \text{ m}$$

$$S_{\Delta} = \frac{15 \cdot 4.24}{2} = 31.8 \text{ m}^2$$

$$S_{p1} = 2 \cdot 24.24 + 2 \cdot 31.8 = 112.08 \text{ m}^2$$



$$2^2 = 3^2 + 3^2 = 4.24$$



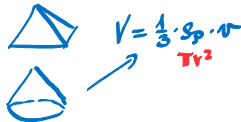
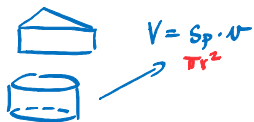
$$S = 15 \cdot 4.24 \cdot 2$$

$$S = 127.2 \text{ m}^2$$

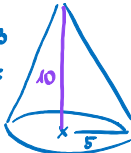
$$\text{ROZDÍL: } 127.8 - 112.08 = 15.2 \text{ m}^2$$

O: Větší střechu má varianta b, a to o 15.2 m².

Objem kužele (kalkulačka)



1) Vypočítej objem kužele s poloměrem podstavy $r = 5$ cm a výškou $v = 10$ cm.

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot v = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot v = \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 5^2 \cdot 10 = \underline{\underline{261,67 \text{ cm}^3}}$$


2) Vypočítej objem kužele s poloměrem podstavy $r = 6$ cm a výškou $v = 8$ cm.

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot v = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot v = \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 6^2 \cdot 8 = \underline{\underline{301,44 \text{ cm}^3}}$$

3) Vypočítej objem kužele s poloměrem podstavy $r = 4$ cm a výškou $v = 9$ cm.

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot v = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot v = \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 4^2 \cdot 9 = \underline{\underline{150,72 \text{ cm}^3}}$$

4) Vypočítej objem kužele s poloměrem podstavy $r = 14$ cm a výškou $v = 12$ cm.

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot v = \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 14^2 \cdot 12 = \underline{\underline{2461,76 \text{ cm}^3}}$$

5) Vypočítej výšku kužele o objemu 2355 cm^3 s poloměrem podstavy $r = 15$ cm.

$$\frac{1}{3} \pi r^2 \cdot v = V \quad / \cdot 3$$

$$\pi r^2 \cdot v = 3V \quad / : \pi r^2$$

$$v = \frac{3V}{\pi r^2}$$

$$\hookrightarrow v = \frac{3V}{\pi r^2} = \frac{3 \cdot 2355}{3,14 \cdot 15^2} = \underline{\underline{10 \text{ cm}}}$$

6) Vypočítej poloměr podstavy kužele o objemu $205,15 \text{ cm}^3$ s výškou $v = 4$ cm.

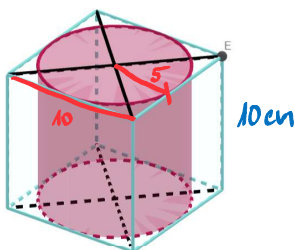
$$\frac{1}{3} \pi r^2 \cdot v = V \quad / \cdot 3$$

$$\pi r^2 \cdot v = 3V \quad / : \pi v$$

$$r^2 = \frac{3V}{\pi v}$$

$$r = \sqrt{\frac{3V}{\pi v}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 205,15}{3,14 \cdot 4}} = \underline{\underline{7 \text{ cm}}}$$

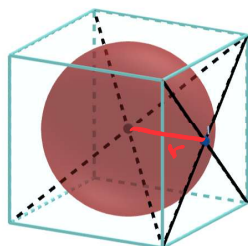
7) Děti vyřezávali z připravených dřevěných krychlí o hraně 10 cm různé tvary. Radim vyřezal válec, Matěj kouli a Adam kužel. Radim měl nejméně odpadu a tak kluci položili válec na levou stranu váhy a kouli a kužel na pravou stranu váhy. Co bylo těžší. (Vypočítej jednotlivé objemy, sečti objem koule a kužele a porovnej součet s objemem válce – Tip: pro porovnávání můžeš využít jednotky π)



$$r = 5 \text{ cm} \quad v = 10 \text{ cm}$$

$$V = S_p \cdot v = \pi r^2 \cdot v = \pi \cdot 5^2 \cdot 10 = \underline{\underline{250\pi \text{ cm}^3}}$$

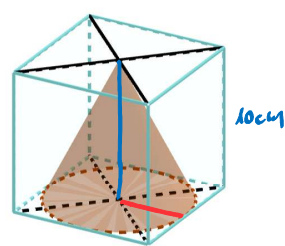
$$\hookrightarrow 250 \cdot 3,14 = 785 \text{ cm}^3$$



$$r = 5 \text{ cm}$$

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi \cdot 5^3 = \frac{500}{3} \pi$$

$$\hookrightarrow V \approx 523,33 \text{ cm}^3$$



$$r = 5 \text{ cm} \quad v = 10 \text{ cm}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot v = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot v$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 5^2 \cdot 10 = \frac{250}{3} \pi = 261,67 \text{ cm}^3$$

$$V_{k+k} = \frac{500}{3} \pi + \frac{250}{3} \pi = \frac{750}{3} \pi = 250 \pi \text{ cm}^3 = V_v \quad \checkmark$$

$$V = 785 \text{ cm}^3 \quad \checkmark \quad \text{O: váhy se rovnají}$$

Povrch kužele (kalkulačka)

$$S = S_p + S_{pl}$$

$$S_p = \pi r^2$$

$$S = \pi r^2 + \pi r s$$

$$S_{pl} = \pi r s$$

$$S = \pi r \cdot (r + s)$$

1) Vypočítej objem a povrch kužele.
($v = 4$ cm, $r = 3$ cm)

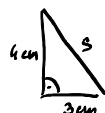
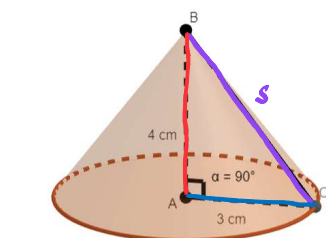
$$V = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot v = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot v$$

$$= \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 3^2 \cdot 4 = \underline{\underline{37,68 \text{ cm}^3}}$$

$$S_p = \pi r^2 = 3,14 \cdot 3^2 = 28,26 \text{ cm}^2$$

$$S_{pl} = \pi r s = 3,14 \cdot 3 \cdot 5 = 47,1 \text{ cm}^2$$

$$S = S_p + S_{pl} = \underline{\underline{75,36 \text{ cm}^2}}$$



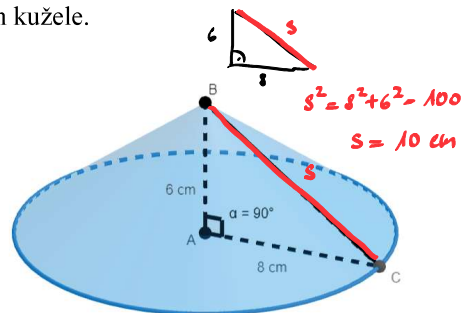
$$s^2 = 4^2 + 3^2 = 25$$

$$s = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

2) Vypočítej objem a povrch kužele.
($v = 6$ cm, $r = 8$ cm)

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot v = \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 8^2 \cdot 6$$

$$= \underline{\underline{401,92 \text{ cm}^3}}$$



$$s^2 = 8^2 + 6^2 = 100$$

$$s = 10 \text{ cm}$$

$$S = \pi r \cdot (r + s) = 3,14 \cdot 8 \cdot (8 + 10) = \underline{\underline{452,16 \text{ cm}^2}}$$

3) Vypočítej objem a povrch kužele.
($v = 12$ cm, $r = 5$ cm)

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot v = \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 5^2 \cdot 12 = \underline{\underline{314 \text{ cm}^3}}$$

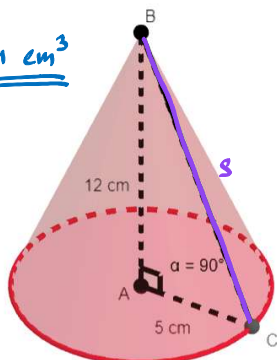


$$s^2 = 12^2 + 5^2 = 169$$

$$s = \sqrt{169} = 13 \text{ cm}$$

$$S = \pi r \cdot (r + s) = 3,14 \cdot 5 \cdot (5 + 13)$$

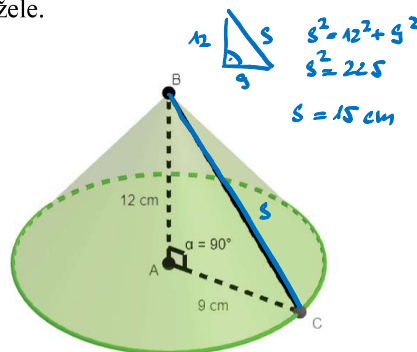
$$S = \underline{\underline{282,6 \text{ cm}^2}}$$



4) Vypočítej objem a povrch kužele.
($v = 12$ cm, $r = 9$ cm)

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot v = \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 9^2 \cdot 12$$

$$V = \underline{\underline{1017,36 \text{ cm}^3}}$$



$$s^2 = 12^2 + 9^2 = 225$$

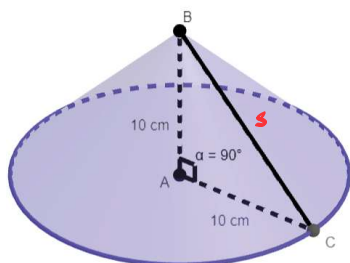
$$s = 15 \text{ cm}$$

$$S = \pi r \cdot (r + s) = 3,14 \cdot 9 \cdot (9 + 15) = \underline{\underline{678,24 \text{ cm}^2}}$$

5) Vypočítej objem a povrch kužele.
($v = 10$ cm, $r = 10$ cm)

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot v = \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 10^2 \cdot 10 =$$

$$V = \underline{\underline{1046,67 \text{ cm}^3}}$$



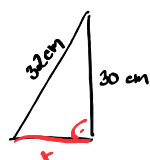
$$s^2 = 10^2 + 10^2 = 200$$

$$s = \sqrt{200} = 14,14 \text{ cm}$$

$$S = \pi r \cdot (r + s) = 3,14 \cdot 10 \cdot (10 + 14,14)$$

$$= \underline{\underline{758 \text{ cm}^2}}$$

6) Vypočítej objem a povrch kužele.
($v = 30$ cm, $s = 32$ cm)



$$r^2 = 32^2 - 30^2 = 124$$

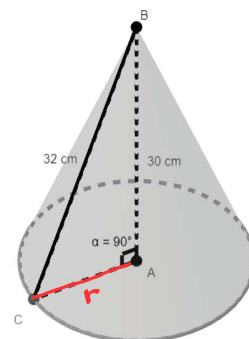
$$r = \sqrt{124} = 11,14$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot v = \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 124 \cdot 30$$

$$= \underline{\underline{3893,6 \text{ cm}^3}}$$

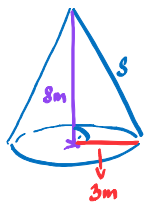
$$S = \pi r \cdot (r + s) = 3,14 \cdot 11,14 \cdot (11,14 + 32)$$

$$= \underline{\underline{1509,02 \text{ cm}^2}}$$



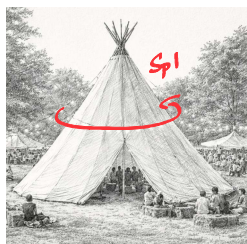
Slovní úlohy na kužel

1) Na letním festivalu postavili teepee ve tvaru kuželového stanu, které má výšku 8 m s průměrem podstavy 6 m. Kolik m² plátna je potřeba na plášť stanu, jestliže je nutné připočítat 15 % navíc na švy, záhyby a odřezky?



$$s^2 = 8^2 + 3^2 = 64 + 9 = 73$$

$$s = \sqrt{73} = 8,54 \text{ m}$$



$$S_{pl} = \pi r s = 3,14 \cdot 3 \cdot 8,54 = 80,45 \text{ m}^2$$

$$80,45 \cdot 1,15 = 93 \text{ m}^2$$

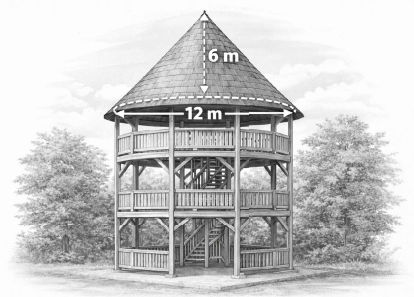
O: bude zapotřebí 93 m² látky.

2) Dřevěná rozhledna má střechu ve tvaru kužele. Průměr kruhové podstavy střechy je 12 m a výška střechy je 6 m. Vypočítejte, kolik m² střešní krytiny je potřeba na její pokrytí, jestliže je nutné připočítat 25 % plochy pláště na přesahy a překrytí.



$$s^2 = 6^2 + 6^2 = 36 + 36 = 72$$

$$s = \sqrt{72} = 8,49 \text{ m}$$



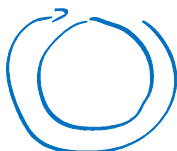
$$S_{pl} = \pi r s = 3,14 \cdot 6 \cdot 8,49 = 160 \text{ m}^2$$

$$+ 25\% \quad (40 \text{ m}^2)$$

$$200 \text{ m}^2$$

O: Je potřeba 200 m² střešní krytiny.

3) Štěrka je navezen na stavbě na hromadu, která má tvar kuželu. Karlík si kroky hromadu přeměřil. Kolem dokola hromadu obešel a naměřil 15 m. Z okraje na vrchol naměřil 3,5 m. Kolik m³ štěrku je v hromadě?



$$O = 15 \text{ m}$$

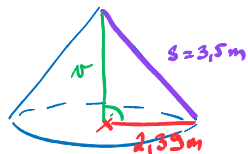
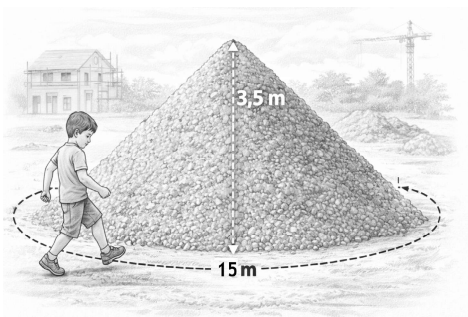
$$r = ?$$

$$O = 2\pi r \quad / : 2\pi$$

$$\hookrightarrow r = \frac{O}{2\pi} = \frac{15}{2 \cdot 3,14} = 2,39 \text{ m}$$

$$n^2 = 3,5^2 - 2,39^2$$

$$n = 2,56 \text{ m}$$



$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot n = \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 2,39^2 \cdot 2,56 = 15,3 \text{ m}^3$$

O: V hromadě je 15,3 m³ štěrku.

4) Malý Kim si rozhodl postavit raketu. Jeho ochotný otec Kim starší mu nabídl, že na válcovité tělo (nosič) o výšce 6 dm a poloměru 1 dm mu buď dá kužel s výškou 4 dm nebo polokouli.

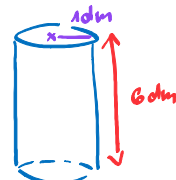
a) Jaký objem má nosič rakety (válec) - 18,84 dm³

b) Jak se liší objem hlavice? - NELIŠÍ

c) Kim si chce hlavice nabarvit na růžovo.

O kolik se liší povrch viditelné části?

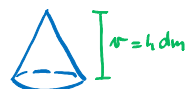
$$\rightarrow 6,66 \text{ dm}^2$$



$$r = 1 \text{ dm}$$

$$n = 6 \text{ dm}$$

$$V = \pi r^2 \cdot n = 3,14 \cdot 1^2 \cdot 6 = 18,84 \text{ dm}^3$$



$$r = 1 \text{ dm}$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot n$$

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot 1^2 \cdot 4 = \frac{4}{3} \pi$$



$$r = 1 \text{ dm}$$

$$V = \frac{1}{2} \pi r^3$$

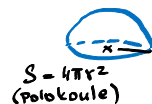
$$V = \frac{1}{2} \pi \cdot 1^3 = \frac{1}{2} \pi$$



$$s^2 = 4^2 + 1^2 = 17$$

$$s = 4,12 \text{ dm}$$

$$S_{pl} = \pi r s = 3,14 \cdot 1 \cdot 4,12 = 12,94 \text{ dm}^2$$



$$S = 4\pi r^2$$

(polokoule)

$$\hookrightarrow S_2 = 2\pi r^2 = 2 \cdot 3,14 \cdot 1^2$$

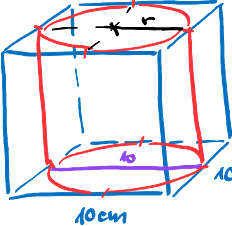
$$= 6,28$$

$$S = 12,94 - 6,28 = 6,66 \text{ dm}^2$$

Objem a povrch těles 1

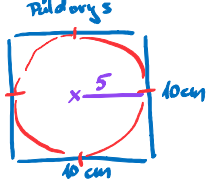
Paní učitelka Tereza se na pracovních činnostech rozhodla pracovat s polystyrénovou kostkou o hraně délky $a = 1$ dm. Děti vyřezávají různé tvary.

1) Honza se rozhodl vyřezat co největší váleček. Jaký bude jeho objem a kolik procent odpadu zbyde?



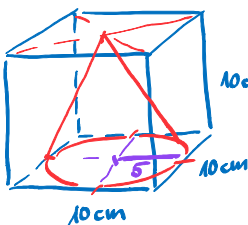
$r = 5 \text{ cm}$
 $H = 10 \text{ cm}$
 $V = S_p \cdot H = \pi r^2 \cdot H$
 $V = 3,14 \cdot 5^2 \cdot 10 = 785 \text{ cm}^3$
 $V_{\text{kr}} = 10^3 = 1000 \text{ cm}^3$
 $\%? \frac{785}{1000} = 0,785 = 78,5 \%$
 $100\% - 78,5\% = 21,5\%$
 O: odpad tvoří 21,5% kvyčle

2) Tomáš se rozhodl vyřezat co největší kouli. Jaký bude její objem a kolik procent odpadu zbyde?



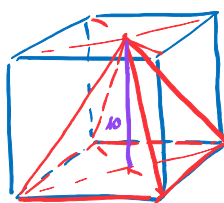
$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 5^3 = 523,3 \text{ cm}^3$
 $\%? \frac{523,3}{1000} = 0,5233 = 52,33 \%$
 odpad: $100\% - 52,33\% = 47,67\%$
 O: odpad tvoří 47,67%

3) Nela se rozhodla vyřezat co největší kužel. Jaký bude jeho objem a kolik procent odpadu zbyde?



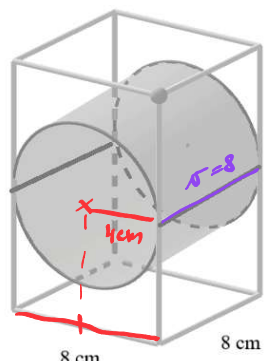
$V = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot H$
 $H = 10 \text{ cm}$
 $r = 5 \text{ cm}$
 $V = \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 5^2 \cdot 10 = 261,67 \text{ cm}^3$
 $V_{\text{kr}} = 1000 \text{ cm}^3$
 $\%? \frac{261,67}{1000} = 0,26167 = 26,17 \%$
 kužel
 odpad: $100\% - 26,17\% = 73,83\%$
 O: odpad tvoří 73,83%

4) Jitka se rozhodla vyřezat co největší čtyřboký jehlan. Jaký bude jeho objem a kolik procent odpadu zbyde?



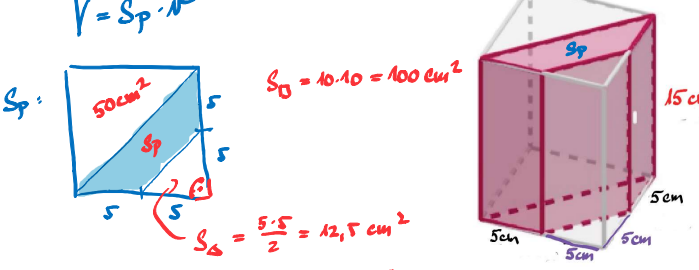
$S_p = 10 \cdot 10 = 100 \text{ cm}^2$
 $V = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot H = \frac{1}{3} \cdot 100 \cdot 10 = \frac{1000}{3} = 333,3 \text{ cm}^3$
 $V_{\text{kr}} = 1000 \text{ cm}^3$
 $\%? \frac{333,3}{1000} = 33,33 \%$
 odpad: $100\% - 33,33\% = 66,67\%$
 O: odpad tvoří 66,67%

5) Pro Matěje měla učitelka Tereza už jenom kvádr. Matěj chtěl postavit most a tak se rozhodl vyřezat co největší váleček do kvádru podle obrázku. Jaký bude objem mostu a kolik procent odpadu zbyde?



$V_{\text{kvádr}} = 8 \cdot 8 \cdot 12 = 768 \text{ cm}^3$
 $V_v = S_p \cdot H = \pi r^2 \cdot H$
 $r = 4 \text{ cm}$
 $H = 8 \text{ cm}$
 $V_v = 3,14 \cdot 4^2 \cdot 8 = 401,92 \text{ cm}^3$
 (váleček je odpad?)
 $\%? \frac{401,92}{768} = 0,5233$
 $\hookrightarrow 52,33\%$
 O: odpad tvoří 52,33%
 a objem mostu je 366,08 cm³
 $V_{\text{mostu}} = 768 - 401,92 = 366,08 \text{ cm}^3$

6) Simona měla kvádr s rozměry 10x10x15 cm a rozhodla se vyřezat tvar podle obrázku. Jaké bude mít těleso objem a kolik procent bude tvořit odpad?



$V = S_p \cdot H$
 $S_p = 50 \text{ cm}^2$
 $S_0 = 10 \cdot 10 = 100 \text{ cm}^2$
 $S_{\Delta} = \frac{5 \cdot 5}{2} = 12,5 \text{ cm}^2$
 $S_p = 50 - 12,5 = 37,5 \text{ cm}^2$
 $V = S_p \cdot H = 37,5 \cdot 15 = 562,5 \text{ cm}^3$
 $V_{\text{kv}} = 10 \cdot 10 \cdot 15 = 1500$
 $\%? \frac{562,5}{1500} = 0,375 = 37,5 \%$
 $\hookrightarrow$ odpad: 62,5%
 O: Těleso má objem 562,5 cm³
 a odpad tvoří 62,5%

Objem a povrch těles 2

1) Planetárium v Praze má vnitřní projekční kopuli ve tvaru polokoule o průměru 23,5 m. Na vnitřní zakřivený povrch kopule se promítá obraz noční oblohy. Vypočítejte velikost plochy vnitřního povrchu této kopule.



$$d = 23,5 \text{ m} \rightarrow r = 11,75 \text{ m}$$

$$S_k = 4\pi r^2 \rightarrow \text{Polokoule: } S = \frac{1}{2} \cdot 4\pi r^2$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot 11,75^2 \approx 867 \text{ m}^2$$

O: Projekční plocha je 867 m².



2) Donald a Vladimír se hádali kdo má větší raketu. Vladimír tvrdí, že nosič jeho rakety má tvar válce o poloměru 2,5 m a výšce 15 m. Donald namítá, že nosič jeho rakety má tvar válce o poloměru 3 m a výšce 12 m. Která z raket má větší objem nosiče?

$$V = S_p \cdot h = \pi r^2 \cdot h$$



$$r_1 = 2,5 \text{ m}$$

$$h_1 = 15 \text{ m}$$

$$r_2 = 3 \text{ m}$$

$$h_2 = 12 \text{ m}$$



$$V_1 = \pi r_1^2 \cdot h_1 = 3,14 \cdot 2,5^2 \cdot 15 = 294,375 \text{ m}^3$$

$$V_2 = \pi r_2^2 \cdot h_2 = 3,14 \cdot 3^2 \cdot 12 = 339,12 \text{ m}^3$$

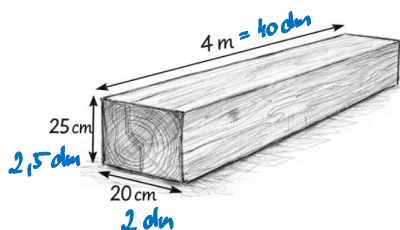
O: Větší raketu má Donald.

3) Na pile se připravuje dřevěný trám ve tvaru kvádru. Rozměry trámu jsou 4 m, 25 cm a 20 cm a hustota dřeva je $\rho = 650 \text{ g/dm}^3$. Jaká je hmotnost trámu?

$$V = a \cdot b \cdot c = 2,5 \cdot 2 \cdot 40$$

$$V = 200 \text{ dm}^3$$

$$650 \cdot 200 = 130\,000 \text{ g}$$



O: Váha trámu je 130 kg

4) Jakou hmotnost má skleněná deska o rozměrech 40 cm × 30 cm × 1 cm? Hustota skla je $\rho = 2,5 \text{ g/cm}^3$.

$$V = 40 \cdot 30 \cdot 1 = 1200 \text{ cm}^3$$

$$1200 \cdot 2,5 = 3000 \text{ g} = 3 \text{ kg}$$

O: Skleněná deska má hmotnost 3 kg.

5) Jakou hmotnost má ocelová koule na petanque o průměru 6 cm? Hustota oceli je $\rho = 7,8 \text{ g/cm}^3$.



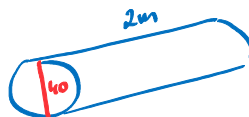
$$d = 6 \text{ cm} \rightarrow r = 3 \text{ cm}$$

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 3^3 = 113,04 \text{ cm}^3$$

$$113,04 \cdot 7,8 = 881,712$$

O: Váha koule na petanque je 881,7 g

6) Lesník připravuje dřevěný kmen k přepravě. Kmen má tvar válce. Průměr kmene je 40 cm a jeho délka je 2 m. Hustota dřeva je $\rho = 700 \text{ kg/m}^3$. Vypočítej hmotnost kmene.



$$r = 20 \text{ cm} = 2 \text{ dm} = 0,2 \text{ m}$$

$$V = S_p \cdot h = \pi r^2 \cdot h = 3,14 \cdot 0,2^2 \cdot 2 = 0,2512$$

$$\cdot 700$$

$$175,14 \text{ kg}$$

O: Váha kmene je 175,14 kg.

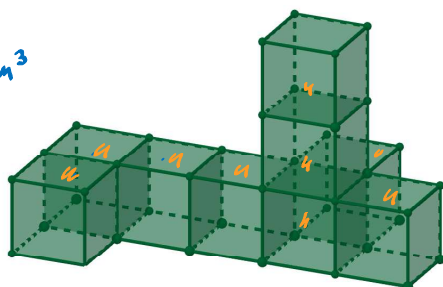
7) Lída si postavila stavbu ze skleněných kostek. Každá kostka má hranu 5 cm. Kolik váží celá stavba, když hustota skla je $\rho = 2,4 \text{ g/cm}^3$?

$$V_k = 5^3 = 125 \text{ cm}^3$$

$$V = 9 \cdot 125 = 1125 \text{ cm}^3$$

$$\cdot 2,4$$

$$2700 \text{ g}$$



O: Stavba váží 2,7 kg

8) Kniha je vytištěna na papíře o gramáži 80 g/m². Má formát stránek 16 × 24 cm a celkem 420 stran (210 listů). Jakou přibližnou hmotnost má tato kniha pokud vazba váží 200 g?

$$S_{k1s} = 16 \cdot 24 = 384 \text{ cm}^2$$

$$\cdot 210$$

$$80\,640 \text{ cm}^2 = 8,064 \text{ m}^2$$

$$\cdot 80$$

$$645,12 \text{ g}$$

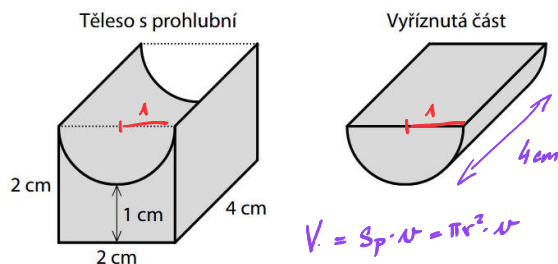
$$+ 200 \text{ g}$$

$$845,12$$

O: Kniha váží 845,12 g

Objem a povrch těles 3

V kvádru o rozměrech 2 cm, 4 cm a 2 cm byla vytvořena prohlubeň vyříznutím poloviny válce s podstavou o poloměru 1 cm. Jaký je objem tělesa s prohlubní? (Cermat 2026)



$$V_k = 2 \cdot 2 \cdot 4 = 16 \text{ cm}^3$$

$$V_v = \frac{1}{2} \pi r^2 \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 3,14 \cdot 1^2 \cdot 4 = 6,28 \text{ cm}^3$$

$$V = 16 - 6,28 = 9,72 \text{ cm}^3$$

O: Objem tělesa je 9,72 cm³

3) Pan učitel chce objednat lízátka jako odměnu. Může si vybrat mezi lízátky s průměrem 2,4 cm v balení po 100 kusech nebo lízátka o průměru 2,1 cm po 120 kusech. Které z těchto balení obsahuje větší celkový objem hmoty na konzumaci?

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$r = 1,2 \text{ cm}$$

$$100 \times$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 1,2^3 = 7,235 \text{ cm}^3$$

$$723,5 \text{ cm}^3$$

$$r = 1,05 \text{ cm}$$

$$120 \times$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 1,05^3 = 4,847 \text{ cm}^3$$

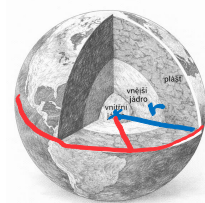
$$581,6 \text{ cm}^3$$

O: Více hmoty je v balení po 100 kusech.

2) Poloměr země je 6 378 km.

a) Jaký je povrch země? (zaokrouhli na tisíce)

b) Jaká je délka rovníku? (zaokrouhli na jednotky)



$$a) S = 4\pi r^2 = 4 \cdot 3,14 \cdot 6\,378^2 \approx 510\,927\,000 \text{ km}^2$$

$$b) \sigma = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 6\,378 \approx 40\,054 \text{ km}$$

4) Dutý železný válecek slouží jako objímka pro silnou trubku. Vnější průměr válce je 6 cm, vnitřní průměr je 4 cm a výška válce je 8 cm. Vypočítejte hmotnost tohoto válce, jestliže hustota železa je 7,9 g/cm³.

$$V = S_p \cdot h = \pi r^2 \cdot h$$

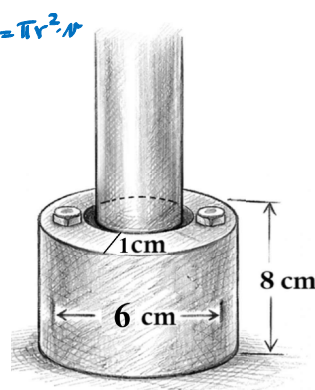
$$V_v = \pi \cdot 2^2 \cdot 8 = 100,48 \text{ cm}^3$$

$$V_m = \pi \cdot 3^2 \cdot 8 = 226,08 \text{ cm}^3$$

$$125,6 \text{ cm}^3$$

$$\cdot 7,9$$

$$992,24 \text{ g}$$

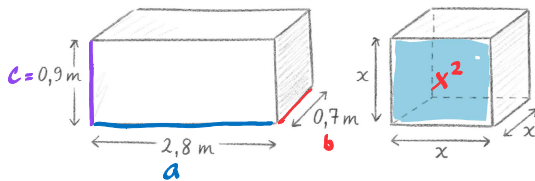


O: Objímka váží 992,24 g

Objem a povrch těles 4

1) Nádrž ve tvaru kvádru z kovového plechu má rozměry 2,8 m, 0,9 m a 0,7 m. Určete objem nádrže ve tvaru krychle se stejným povrchem.

$$S_1(\text{KVÁDR}) = S_2(\text{KRYCHLE}) \rightarrow x \rightarrow V_{kr}$$



$$S_1 = 2ab + 2ac + 2bc$$

$$S_1 = 2 \cdot 2,8 \cdot 0,7 + 2 \cdot 2,8 \cdot 0,9 + 2 \cdot 0,7 \cdot 0,9 = 3,92 + 5,04 + 1,26 = 10,22 = S_2(\text{krychle})$$

$$S_2 = 6 \cdot x^2 \quad / :6$$

$$\frac{S}{6} = x^2 \rightarrow x = \sqrt{\frac{S}{6}} = \sqrt{\frac{10,22}{6}} = 1,31 \text{ m}$$

$$V = x^3 = 2,22 \text{ m}^3$$

O: Objem krychle je 2,22 m³.

2) Těleso je složeno ze dvou válců. První má výšku 4 m a poloměr 2 m. Druhý má výšku 2 m a poloměr 4 m.

- Vypočítej objem tělesa.
- Vypočítej povrch tělesa.
- Urči poměr objemu vyššího válce ku objemu širšího válce.

$$V = S_p \cdot v = \pi r^2 \cdot v$$

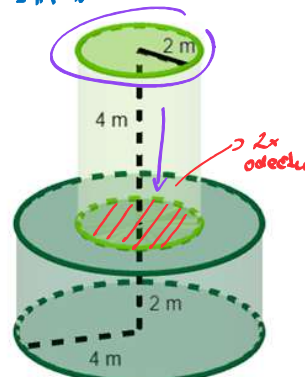
a)

$$r = 2 \text{ m} \\ v = 4 \text{ m} \\ V = \pi r^2 \cdot v = \pi \cdot 2^2 \cdot 4 = 16\pi = 50,24 \text{ m}^3$$

$$r = 4 \text{ m} \\ v = 2 \text{ m} \\ V = \pi r^2 \cdot v = \pi \cdot 4^2 \cdot 2 = 32\pi = 100,48 \text{ m}^3$$

$$16\pi : 32\pi \\ b: \underline{\underline{1 : 2}}$$

$$V = V_1 + V_2 = 50,24 + 100,48 = 150,72 \text{ m}^3 \\ a: \underline{\underline{150,72 \text{ m}^3}}$$



$$S_2 = 2S_p + S_{pl} \\ r = 4 \text{ m} \\ v = 2 \text{ m}$$

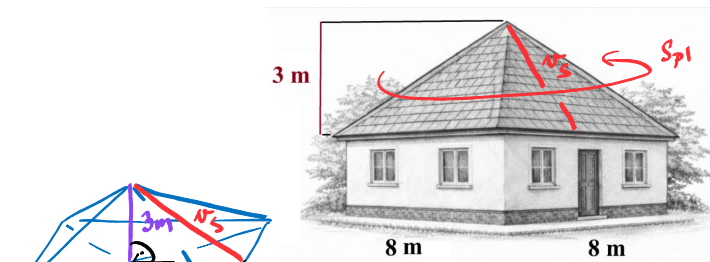
$$S_p = \pi r^2 = 3,14 \cdot 4^2 = 16\pi = 50,24 \text{ m}^2 \\ S_{pl} = 2\pi r \cdot v = 2 \cdot 3,14 \cdot 4 \cdot 2 = 16\pi = 50,24 \text{ m}^2 \\ S_2 = 2 \cdot S_p + S_{pl} = 100,48 + 50,24 = 150,72 \text{ m}^2$$

$$S_{pl} = 2\pi r \cdot v = 2 \cdot 3,14 \cdot 2 \cdot 4 = 50,24 \\ r = 2 \text{ m} \\ v = 4 \text{ m}$$

$$b: \\ S = 200,96 \text{ m}^2$$

3) Novákoví si staví rodinný dům s půdorysem 8 m × 8 m. Zvažují dva typy střechy se stejnou výškou 3 m. Která střecha bude vyžadovat větší plochu střešní krytiny a přibližně o kolik m²? Obě střechy pokrývají stejný půdorys domu a mají stejnou výšku.

a) **Jehlanovitou střechu**, která se sbíhá do jednoho vrcholu uprostřed domu.



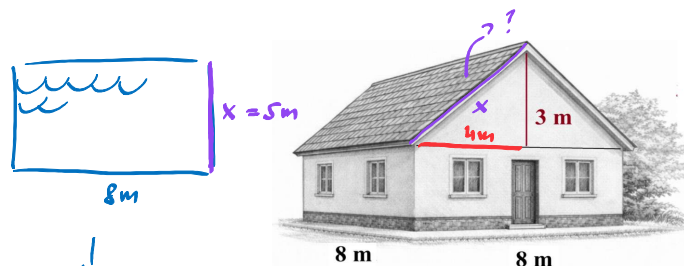
$$N_5^2 = 3^2 + 4^2 = 25$$

$$N_5 = 5 \text{ m}$$

$$S_A = \frac{8 \cdot 5}{2} = 20 \text{ m}^2$$

$$\hookrightarrow S_{p1} = 4 \cdot S_A = 4 \cdot 20 = 80 \text{ m}^2$$

b) **Klasickou sedlovou střechu** se štíty ve tvaru písmene A.



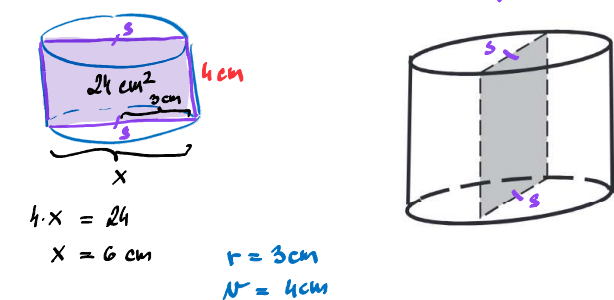
$$S_{p1} = 8 \cdot 5 = 40 \text{ m}^2$$

$$S = 2 \times 40 = 80 \text{ m}^2$$

O: Střechy mají stejnou plochu.

Náročnější úlohy na objem a povrch těles 1

1) Výška rotačního válce je 4 cm. Osový řez válce má obsah 24 cm². Vypočítejte objem rotačního válce. (Cermat Maturita 2016)



$$4 \cdot x = 24$$

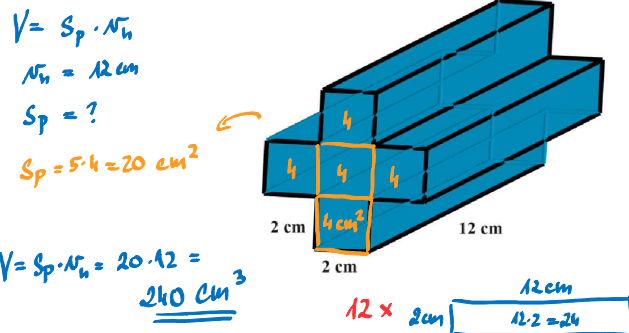
$$x = 6 \text{ cm}$$

$$r = 3 \text{ cm}$$

$$n = 4 \text{ cm}$$

$$V = S_p \cdot n = \pi r^2 \cdot n = 3,14 \cdot 3^2 \cdot 4 = \underline{\underline{113,04 \text{ cm}^3}}$$

2) Hranol má podstavu tvaru pravidelného řeckého křížku podle obrázku. Výška hranolu je 12 cm. Vypočítej objem a povrch hranolu.



$$V = S_p \cdot n$$

$$n = 12 \text{ cm}$$

$$S_p = ?$$

$$S_p = 5 \cdot 4 = 20 \text{ cm}^2$$

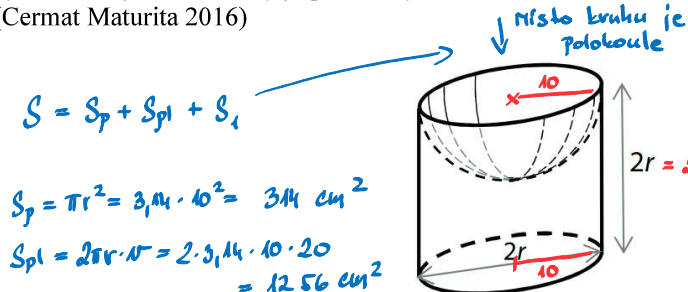
$$V = S_p \cdot n = 20 \cdot 12 = \underline{\underline{240 \text{ cm}^3}}$$

$$S = 2S_p + S_{pl}$$

$$S_{pl} = 12 \cdot 12 \cdot 2 = 288 \text{ cm}^2$$

$$S = 2 \cdot 20 + 288 = \underline{\underline{328 \text{ cm}^2}}$$

3) V rovnostranném válci je vytvořena dutina tvaru polokoule. Poloměr podstavy válce i poloměr polokoule je $r = 10$ cm, výška válce je 20 cm. Jaký je povrch vytvořeného tělesa (Cermat Maturita 2016)



$$S = S_p + S_{pl} + S_1$$

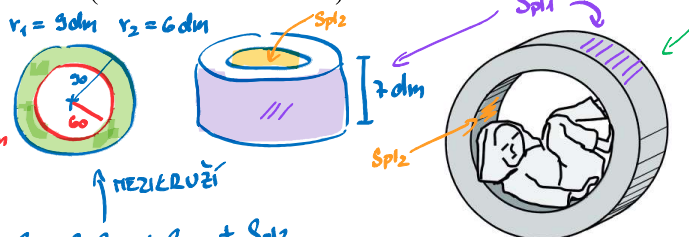
$$S_p = \pi r^2 = 3,14 \cdot 10^2 = 314 \text{ cm}^2$$

$$S_{pl} = 2\pi r \cdot n = 2 \cdot 3,14 \cdot 10 \cdot 20 = 1256 \text{ cm}^2$$

$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot S_k = \frac{1}{2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot 10^2 = 628 \text{ cm}^2$$

$$S = 314 + 1256 + 628 = \underline{\underline{2198 \text{ cm}^2}}$$

4) Dutý válec, který slouží jako cvičební pomůcka z tvrdé pěny má výšku 70 cm, vnější průměr 180 cm a vnitřní průměr 120 cm (průměr dutiny). Vypočítej celkový povrch dutého válce. (Cermat Maturita 2017)



$$r_1 = 90 \text{ dm} \quad r_2 = 60 \text{ dm}$$

$$n = 70 \text{ dm}$$

$$S = 2 \cdot S_p + S_{p1} + S_{p2}$$

$$S_p = \pi r_1^2 - \pi r_2^2 = \pi \cdot (9^2 - 6^2) = \pi \cdot (81 - 36) = 141,3 \text{ dm}^2$$

$$2 \cdot S_p = 282,6 \text{ dm}^2$$

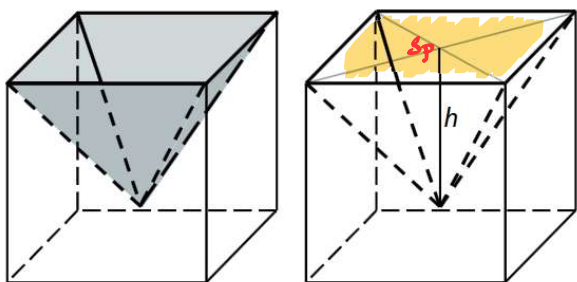
$$S_{p1} = 2\pi r_1 \cdot n = 2 \cdot 3,14 \cdot 9 \cdot 7 = 395,64 \text{ dm}^2$$

$$S_{p2} = 2\pi r_2 \cdot n = 2 \cdot 3,14 \cdot 6 \cdot 7 = 263,76 \text{ dm}^2$$

$$S = 282,6 + 395,64 + 263,76 = \underline{\underline{942 \text{ dm}^2}}$$

Náročnější úlohy na objem a povrch těles 2

1) Ve skleněné krychli s hranou délky 8 cm je dutina tvaru čtyřbokého jehlanu. Objem dutiny je roven jedné čtvrtině objemu krychle. Vypočítejte v cm^3 objem dutiny a výšku jehlanu h .



$$V_k = a^3 = 8^3 \rightarrow V_j = \frac{1}{4} \cdot 8^3 = \frac{1}{4} \cdot 512 = 128 \text{ cm}^3$$

$$S_p = \frac{8}{64} \text{ cm}^2$$

$$V_j = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot h \quad / : 3$$

$$3 \cdot V_j = S_p \cdot h \quad / : S_p$$

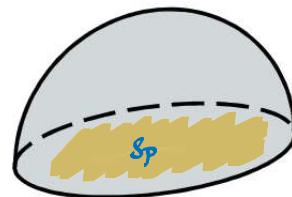
$$\frac{3 \cdot V_j}{S_p} = h$$

$$h = \frac{3 \cdot 128}{64} = 6 \text{ cm}$$

2) Polokoule má povrch (včetně podstavy) $108\pi \text{ cm}^2$. Jaký je objem polokoule? (Cermat Maturita 2017)

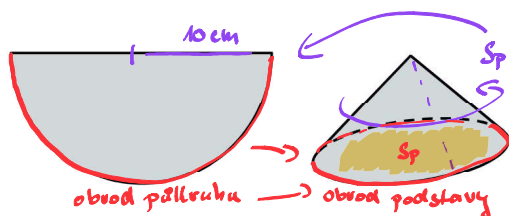
$$\begin{aligned} S &= S_p + \frac{1}{2} \cdot S_k \\ S &= \pi r^2 + \frac{1}{2} \cdot 4\pi r^2 \\ S &= 3\pi r^2 \\ 108\pi &= 3\pi r^2 \quad / : \pi \\ 108 &= 3r^2 \quad / : 3 \\ 36 &= r^2 \\ \sqrt{} & \rightarrow r = 6 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$S = 108\pi$$



$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \cdot \pi r^3 \\ V_{1/2} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \pi r^3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 6^3 \\ &= 452,16 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

3) Rozvinutý plášť rotačního kužele tvoří půlkruh o poloměru 10 cm. Jaký je povrch kužele? (Cermat Maturita 2019)



$$S_{pl} = \frac{1}{2} S_0 = \frac{1}{2} \cdot \pi r^2 = \frac{1}{2} \cdot 3,14 \cdot 10^2 = 157 \text{ cm}^2$$

$$O = 2\pi r \rightarrow O_{1/2} = \frac{1}{2} \cdot 2\pi r = \pi r = 3,14 \cdot 10 = 31,4 \text{ cm}$$

$$O = 2\pi r$$

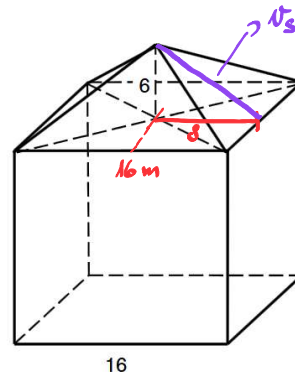
$$r = \frac{O}{2\pi} = \frac{31,4}{2 \cdot 3,14} = 5 \text{ cm}$$

$$S_p = \pi r^2 = 3,14 \cdot 5^2 = 78,5 \text{ cm}^2$$

$$S = S_p + S_{pl} = 157 + 78,5 = 235,5 \text{ cm}^2$$

4) Obytná část domu má tvar krychle a střecha tvar jehlanu. Délka hrany krychle je 16 m a výška jehlanu 6 m. Jak velká je plocha střechy?

$$\begin{aligned} N_s^2 &= 6^2 + 8^2 = 100 \\ N_s &= 10 \text{ m} \\ S_a &= \frac{16 \cdot 10}{2} = 80 \text{ m}^2 \\ S_{pl} &= 4 \cdot S_a = 4 \cdot 80 = 320 \text{ m}^2 \end{aligned}$$



Uvedené rozměry jsou v metrech.

Náročnější úlohy na objem a povrch těles 3

1) Váza je zasazena do drátěného podstavce. Vnitřní prostor vázy má tvar pravidelného čtyřbokého jehlanu s výškou 24 cm a objemem 1 568 cm³. Jaká je hrana podstavu? (Cermat Maturita 2019)

$$N_j = 24 \text{ cm}$$

$$V = 1568 \text{ cm}^3$$

$$\frac{1}{3} \cdot S_p \cdot N_j = V \quad / : 3$$

$$S_p \cdot N_j = 3V \quad / : N_j$$

$$S_p = \frac{3V}{N_j} = \frac{3 \cdot 1568}{24} = 196 \text{ cm}^2$$

$$196 = x^2 \quad x = \sqrt{196} = 14 \text{ cm}$$

O: hrana podstavu je 14 cm.



2) Středky všech hran krychle o hraně 6 cm určují nový pravidelný mnohostěn dle obrázku. Vypočítej jeho objem.

$$V_{kr} = 6^3 = 216 \text{ cm}^3$$



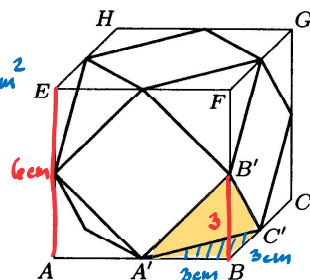
$$S_p = \frac{3 \cdot 3}{2} = 4,5 \text{ cm}^2$$

$$V_j = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot N$$

$$V_j = \frac{1}{3} \cdot 4,5 \cdot 3 = 4,5 \text{ cm}^3$$

$$V_T = 216 - 8 \cdot 4,5 = 216 - 36 = 180 \text{ cm}^3$$

O: Objem tělesa je 180 cm³

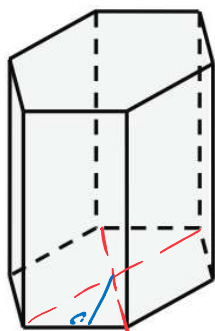
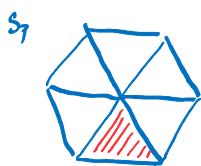


3) Jaká je výška půllitrové nádoby tvaru pravidelného šestibokého hranolu, kde hrana podstavu má délku 4 cm?

$$V = 0,5 \text{ dm}^3 = 500 \text{ cm}^3$$

$$N_h = ?$$

$$S_p = ?$$



$$N_1^2 = 4^2 - 2^2 = 12$$

$$N_1 = \sqrt{12} = 3,46$$

$$S_2 = \frac{3,46 \cdot 4}{2} = 6,92 \text{ cm}^2$$

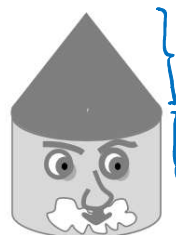
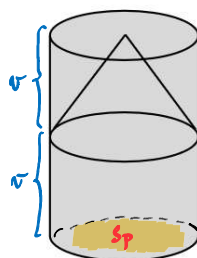
$$S_p = 6 \cdot 6,92 = 41,52 \text{ cm}^2$$

$$V = S_p \cdot N \quad / : S_p$$

$$N \rightarrow N = \frac{V}{S_p} = \frac{500}{41,52} \approx 12 \text{ cm}$$

O: Výška nádoby je 12 cm

4) Z rotačního válce se vyrábí herní figura. Polovina válce je opracována na rotační kužel, který tvoří klobouk figury. Jakou část objemu neopracovaného válce tvoří vyrobená figura?



$$V_2 = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot N$$

$$V_1 = S_p \cdot N$$

$$V = 2 \cdot S_p \cdot N \quad (\text{převodník})$$

$$V = \frac{1}{3} S_p \cdot N + S_p \cdot N = S_p \cdot N \cdot \left(\frac{1}{3} + 1\right)$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot S_p \cdot N$$

$$\frac{\frac{4}{3} \cdot S_p \cdot N}{2 \cdot S_p \cdot N} = \frac{\frac{4}{3}}{2} = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{3}$$

O: figura tvoří $\frac{2}{3}$ původního objemu válce.